2 Nacimiento de la teoría cuántica. Fines del siglo XIX y principios del XX

Las leyes y los hechos más fundamentales de la ciencia física han sido todos descubiertos; están ahora tan firmemente establecidos que la posibilidad de ser suplantados —como consecuencia de nuevos descubrimientos— es remota. Nuestros futuros descubrimientos sólo buscarán obtener la sexta cifra decimal.

ALBERT MICHELSON (1899)

Algunos de los participantes en la Primera Conferencia de Solvay en 1911. De pie se encuentran Plank (primero de izquierda a derecha), Einstein (segundo de derecha a izquierda) y Rutherford (cuarto de derecha a izquierda). El hombre joven, al lado de Rutherford, es Jeans. La única mujer presente es *madame* Curie. Thomson, aunque asistió, no aparece en la fotografía. *(Tomada de Hetch:* Physics in perspective, *© 1980. Addison-Wesley Publishing Co. Cortesía de California Institute of Technology, Pasadena, Cal.)*

2.1 INTRODUCCION

Durante los años de 1895 a 1905 apareció una serie de hechos y teorías que cambiaron radicalmente el rumbo de la física y contribuyeron al advenimiento de la química moderna. En esta época se dio el descubrimiento de los rayos X, la radiactividad y el electrón, así como la aparición de la teoría cuántica y la teoría especial de relatividad. No deja de ser sorprendente el hecho de que, en un intervalo tan corto, hayan ocurrido acontecimientos susceptibles de modificar, hasta sus entrañas, nuestra concepción del universo.

En este capítulo analizaremos algunos de los hechos mencionados anteriormente para poder visualizar el contexto bajo el cual nació la teoría cuántica, cuyas implicaciones químicas son el centro de atención de este libro. Vale la pena aclarar que este análisis no seguirá un curso cronológico estricto. Asimismo, cabe agregar que a lo largo del texto emplearemos las unidades del sistema internacional, por lo que hemos incluido la sección 2.2 para el lector que no está familiarizado con ellas.

Fundamentalmente, nuestro interés primordial es examinar aquellos resultados útiles para el químico, razón por la cual hemos dado énfasis a tres aspectos:

1) Descubrimiento del electrón (Sec. 2.4), debido al cual hemos introducido previamente algunos conceptos sobre campos eléctricos y magnéticos y su interacción con partículas cargadas (Sec. 2.3), para quien juzgue necesario revisarlos.

2) Ley de Planck (Secs. 2.7 y 2.8) y explicación del efecto fotoeléctrico (Sec. 2.9). Ya que estos hechos resultan ser las primeras manifestaciones de la cuantización y, por tanto, constituyen el inicio de la teoría cuántica, son de primordial importancia para el desarrollo ulterior del texto. Como ambos se refieren a problemas de la interacción de la radiación electromagnética con la materia, hemos juzgado conveniente introducir previamente una sección (2.5) sobre movimiento ondulatorio y naturaleza de la luz, seguida de otra sobre la posibilidad de transferir energía a través de la radiación electromagnética (Sec. 2.6).

3) Modelo atómico de Rutherford. En esta última sección 2.10 se parte del descubrimiento de la radiactividad hasta llegar al del núcleo atómico.

Este capítulo constituye el antecedente necesario para empezar a comprender la intrincada naturaleza del átomo. Al concluirlo, contaremos con los «ingredientes» (electrones y núcleo) y la «receta» (teoría cuántica) para comprender la construcción del primer modelo cuántico del átomo introducido por Bohr, el cual será motivo del siguiente capítulo del texto.

2.2 EL SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES (SI)

Dado que cada día se generaliza más el uso del SI, hemos decidido emplear estas unidades a lo largo del texto. Sin embargo, no todos los científicos han adoptado este sistema. Emplear únicamente las unidades del SI trae un problema como consecuencia: la eliminación de varias unidades ampliamente utilizadas. Gran parte de los datos que aparecen en la bibliografía vienen dados en unidades no recomendadas por el SI.

UNIDADES DEL SI

	MEDIDA	UNIDAD	SIMBOLO
Básicas	Longitud	metro	m
	Masa	kilogramo	kg
	Tiempo	segundo	s
	Intensidad de corriente	amperio	A
	Temperatura	kelvin	K
	Cantidad de sustancia	mol	mol
	Intensidad luminosa	candela	cd
Suplementarias	Angulo plano	radián	rad
	Angulo sólido	estereorradián	sr

Tabla 2.1

Creemos, por consiguiente, que debe familiarizarse al estudiante con el uso tanto de las unidades «nuevas» como de las «viejas», cuando menos en este periodo de transición.

En el SI se tienen siete unidades básicas y dos más suplementarias (véanse Tablas 2.1 y 2.2, donde se encuentran las definiciones de las unidades básicas).

Los múltiplos o fracciones de las unidades básicas se indican con prefijos, representando cada uno cierta potencia de 10 (véase Tabla 2.3); esto nos permite ampliar o reducir a conveniencia las unidades básicas del SI.

En la figura 2.1[1] se presentan las magnitudes de algunas distancias mediante el empleo de estos prefijos. En la figura 2.2[2] se ejemplifica la misma situación pero utilizando, ahora, la masa de los cuerpos.

A partir de las unidades básicas pueden obtenerse múltiples unidades derivadas por combinación algebraica. Algunas de ellas reciben nombres especiales, los cuales vale la pena aprender.

[1] La idea fue tomada del libro *Chemistry*, de J. W. Moore, W. G. Davies y R. W. Collins, McGraw Hill Book Co., 1978.

[2] *Idem.*

DEFINICIONES DE LAS UNIDADES BASICAS

METRO	Es la distancia que recorre una onda electromagnética en el vacío durante $\left(\frac{1}{299792458}\right)$ seg.
KILOGRAMO	Es igual a la masa del prototipo internacional del kilogramo de platino-iridio custodiado por el Comité Internacional de Pesos y Medidas, en Sèvres, Francia.
SEGUNDO	Es la duración de 9 192 631 770 periodos de la radiación correspondiente a la transición entre los niveles hiperfinos del estado fundamental del átomo de ^{133}Cs.
AMPERIO	Es la intensidad de una corriente constante que, mantenida en dos conductores paralelos de longitud infinita, de sección circular despreciable, colocados a una distancia de un metro entre sí, en el vacío, produciría entre ellos una fuerza igual a 2×10^{-7} newtons por metro de longitud.
KELVIN	Es la fracción $\frac{1}{273.16}$ de la temperatura termodinámica del punto triple del agua.
MOL	Es la cantidad de sustancia de un sistema que contiene tantas entidades elementales como átomos hay en 0.012 kg de ^{12}C.
CANDELA	Es la intensidad luminosa, en dirección perpendicular, de una superficie de $\frac{1}{600\,000}$ de metro cuadrado de un cuerpo negro a la temperatura de solidificación del platino (2042 K) y bajo una presión de 101 325 newtons por metro cuadrado.

Tabla 2.2

PREFIJOS DEL SI

PREFIJO	SIMBOLO	FACTOR
exa	E	1 000 000 000 000 000 000 ó 10^{18}
peta	P	1 000 000 000 000 000 ó 10^{15}
tera	T	1 000 000 000 000 ó 10^{12}
giga	G	1 000 000 000 ó 10^{9}
mega	M	1 000 000 ó 10^{6}
kilo	k	1 000 ó 10^{3}
hecto	h	100 ó 10^{2}
deka	da	10 ó 10^{1}
—	—	1 ó 10^{0}
deci	d	0.1 ó 10^{-1}
centi	c	0.01 ó 10^{-2}
mili	m	0.001 ó 10^{-3}
micro	μ	0.000 001 ó 10^{-6}
nano	n	0.000 000 001 ó 10^{-9}
pico	p	0.000 000 000 001 ó 10^{-12}
femto	f	0.000 000 000 000 001 ó 10^{-15}
atto	a	0.000 000 000 000 000 001 ó 10^{-18}

Tabla 2.3

Las unidades derivadas más empleadas en el texto, así como algunas unidades básicas fuera del SI pero de uso práctico aceptado, son:

UNIDAD	COMBINACION ALGEBRAICA	SIMBOLO
Area	m^2	—
Volumen	m^3	—
(De uso aceptado)	10^{-3} m^3	l (litro)
Velocidad	m/s	—
Aceleración	m/s^2	—
Fuerza	kg m/s^2	N (newton)
Trabajo y energía	kg m^2/s^2 = N-m	J (julio)
Potencia	kg m^2/s^3 = J/s	W (vatio)
Frecuencia	oscilaciones/s o s^{-1}	Hz (hertzio)
Carga eléctrica	A-s	C (coulombio)
Diferencia de potencial	W/A = J/C	V (voltio)
Campo magnético	N/A-m	T (tesla)
Presión	N/m^2	Pa (pascal)
(De uso aceptado)	101 325 Pa	atm (atmósfera)
(De uso aceptado)	10^5 Pa	bar
Temperatura (de uso aceptado)	K-273.15	°C (grado celsius)
Tiempo (de uso aceptado)	60 s	min (minuto)
(De uso aceptado)	3600 s	h (hora)
(De uso aceptado)	86 400 s	d (día)

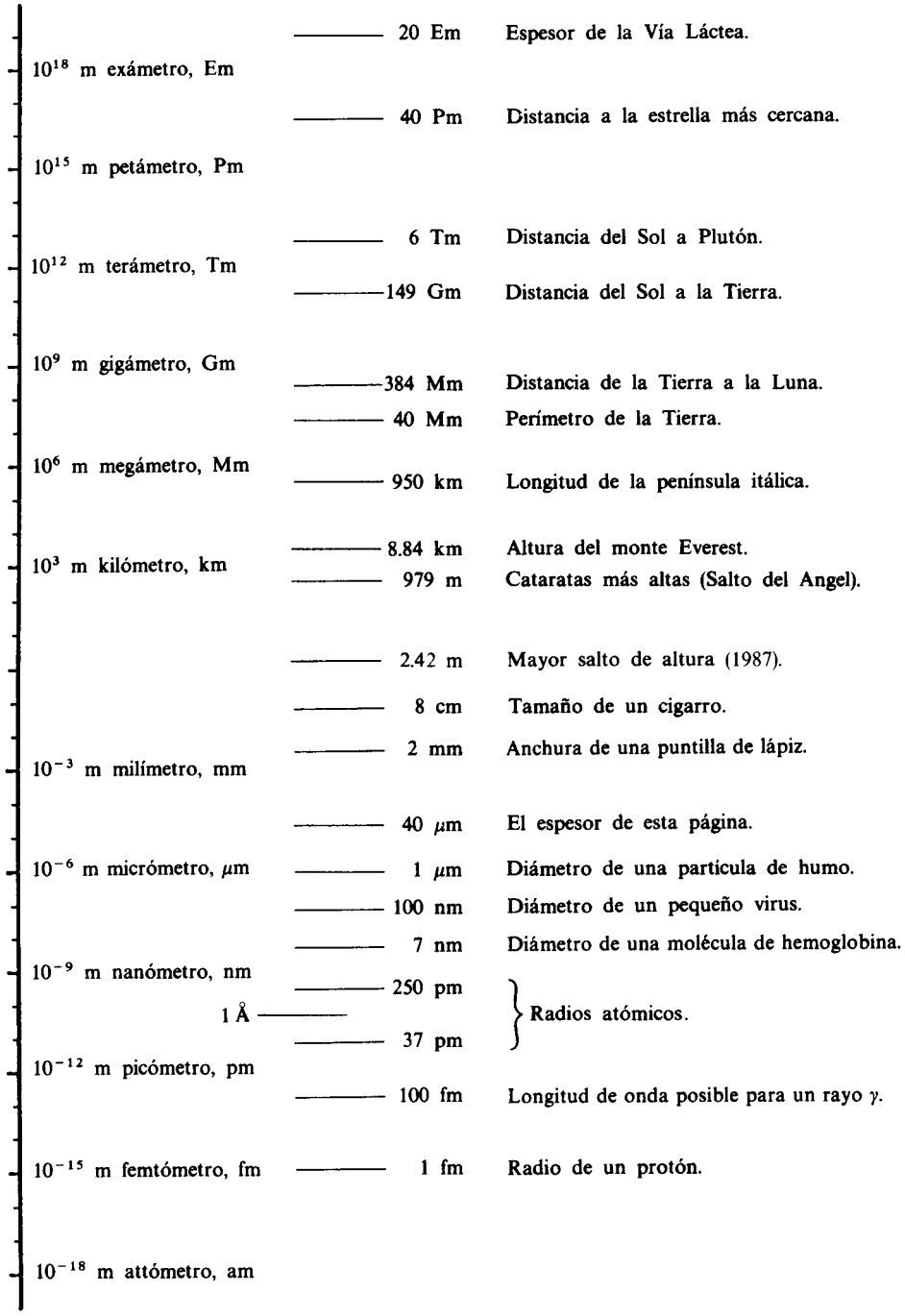


Figura 2.1 Comparación de algunas distancias representativas.

10^{27} g	6×10^{27} g	Masa de la Tierra.
	7×10^{25} g	Masa de la Luna.
10^{24} g	1.4×10^{24} g	Agua de los océanos.
	5×10^{21} g	Masa de la atmósfera.
10^{21} g		
10^{18} g exagramo, Eg	500 Pg	Una alta montaña.
10^{15} g petagramo, Pg	340 Tg	Producción mundial de maíz (1976).
	31 Tg	Producción mundial de vino (1976).
10^{12} g teragramo, Tg		
10^{9} g gigagramo, Gg	500 Mg	Jumbo Jet (cargado).
10^{6} g megagramo, Mg	2 Mg	Un camión ligero.
	50 kg	Masa media de una mujer.
10^{3} g kilogramo, kg	1 kg	Kilogramo patrón.
10^{0} g gramo, g	5 g	Cucharada de agua.
	75 mg	Aguja.
10^{-3} g miligramo, mg	100 μg	Grano de sal.
10^{-6} g microgramo, μg	50 ng	Masa del punto sobre esta i.
10^{-9} g nanogramo, ng		
10^{-12} g picogramo, pg	1 pg	Partícula de humo.
10^{-15} g femtogramo, fg	1 fg	Molécula de DNA humana.
10^{-18} g attogramo, ag	1.07×10^{-19} g	Molécula de hemoglobina.
10^{-21} g	5.68×10^{-22} g	Molécula de azúcar.
10^{-24} g	1.67×10^{-24} g	Atomo de hidrógeno.
10^{-27} g	0.91×10^{-27} g	Electrón.

Figura 2.2 Comparación de algunas masas representativas. Por encima de 10^{18} g o debajo de 10^{-18} g no existen prefijos y las cantidades se expresan como potencias de 10.

En la figura 2.3 se ha representado la relación entre algunas unidades básicas y las más importantes unidades derivadas. Para obtener unidades derivadas se procederá como sigue: se escoge la unidad derivada y se ve qué líneas *llegan* a ella. Una línea sólida indica multiplicación y una segmentada división.

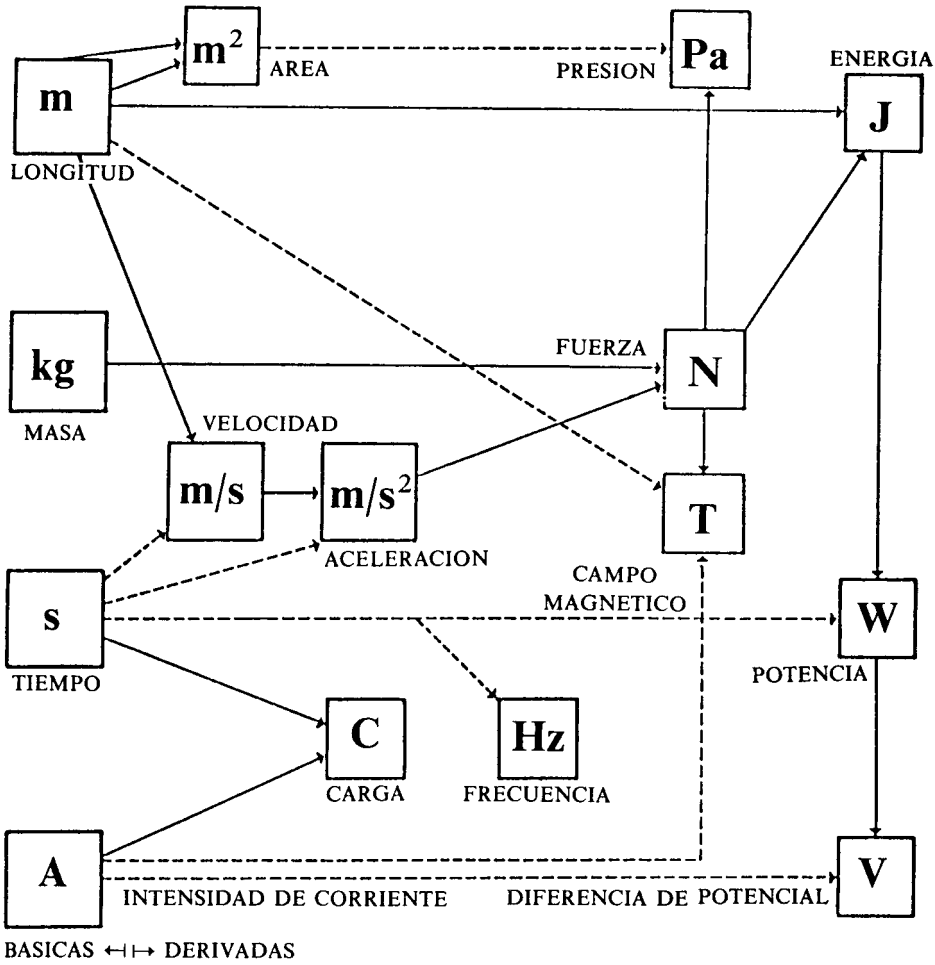


Figura 2.3

A lo largo del texto hemos empleado los prefijos de la tabla 2.3 para algunas de las unidades derivadas. Así, un attojulio (1 aJ) debe entenderse como 1×10^{-18} J.

En la figura 2.4 mostramos algunos valores de energías comunes expresadas con esta notación de prefijos.

10^{27} J -	4×10^{26} J	Energía que sale del Sol por segundo.
10^{24} J -		
10^{21} J -		
	42 EJ	Mil bombas atómicas de 10 megatones.
10^{18} J - exajulio, EJ		
	172 PJ	Energía solar que llega a la superficie de la tierra en un segundo.
10^{15} J - petajulio, PJ		
	90 TJ	Energía relativista equivalente a un gramo de materia.
10^{12} J - terajulio, TJ	1 TJ	Producción mundial de energía eléctrica por segundo.
10^{9} J - gigajulio, GJ	4.2 GJ	Tonelada de TNT.
10^{6} J - megajulio, MJ	2.6 MJ	Diez focos de 100 W prendidos una hora.
10^{3} J - kilojulio, kJ	34 kJ	Combustión de un gramo de carbón.
10^{0} J - julio	4.184 J	Energía para elevar un grado la temperatura de un gramo de agua.
10^{-3} J - milijulio, mJ	1 mJ	Energía para levantar a un metro del suelo un objeto de un gramo.
10^{-6} J - microjulio, μJ		
1 erg	100 nJ	Energía de una partícula en un acelerador muy potente.
10^{-9} J - nanojulio, nJ		
	10 pJ	Energía de los neutrones rápidos en la fisión nuclear.
10^{-12} J - picojulio, pJ		
	18 fJ	Energía de ionización del último electrón del uranio.
10^{-15} J - femtojulio, fJ		
	2.18 aJ	Energía de ionización del hidrógeno.
10^{-18} J - attojulio, aJ		
	1.6021×10^{-19}	Energía de un electrón en una diferencia de potencial de un voltio (1 eV).

Figura 2.4 Comparación de algunos valores de energía.

Para terminar, una recomendación al lector: use siempre las unidades del SI al sustituir en una ecuación. De esta manera, nunca podrá existir equivocación respecto al resultado obtenido. Si éste es una distancia, será obtenido automáticamente en metros. Si es una energía, se tendrá en julios, y así sucesivamente.

Al sustituir valores, sólo se usarán los kilogramos como unidades con prefijo, todas las demás variables deberán sustituirse *sin prefijos.*

Si alguno de los datos no está dado con unidades del SI (litros, calorías, grados celsius, electrón-voltios, etc.) deberá hacerse (antes de sustituir) la transformación a las unidades del SI.

2.3 ALGO SOBRE CAMPOS ELECTRICOS Y MAGNETICOS[3]

Toda la materia está formada por cargas eléctricas, tanto positivas como negativas. A esto se debe que, antes de iniciar nuestro relato sobre el descubrimiento del electrón, resulte conveniente detenernos para analizar las fuerzas que aparecen en sistemas con cargas eléctricas. Estas son de dos tipos: las fuerzas eléctricas y las fuerzas magnéticas.

Las primeras existen aun cuando las cargas estén en reposo; los estudios cuantitativos de ellas fueron realizados inicialmente por Charles Coulomb (1736-1806).

Las magnéticas aparecen cuando las cargas eléctricas se encuentran en movimiento; éstas fueron estudiadas en su interacción con las eléctricas primeramente, entre otros, por Ampère, Hans Christian Oersted (1777-1851) y Michael Faraday (1791-1867).

Como dato curioso, Oersted descubrió un efecto trascendente del electromagnetismo mientras realizaba una experiencia de cátedra con sus alumnos.

2.3.1 Fuerza coulombiana

Coulomb encontró que las fuerzas de atracción (entre cargas opuestas) y repulsión (entre cargas de igual signo) son proporcionales al producto de sus cargas y a la inversa del cuadrado de la distancia que las separa. Lo anterior queda expresado en la ecuación siguiente:

$$\boxed{F_e = \kappa \frac{qq'}{r^2}} \qquad \textbf{(2-1)}$$

[3] Cualquier lector que tenga los conocimientos mínimos de electricidad y magnetismo que aquí se exponen, podría reiniciar la lectura en la sección 2.4. No obstante, a lo largo del texto se hará mención de esta sección cuando sean empleados dichos conocimientos.

donde κ es la constante de proporcionalidad. El arreglo de las cargas sería el mostrado en la figura 2.5. Cuando entre las cargas q y q' exista el vacío y éstas se expresen en coulombios (C) y la distancia entre ellas en metros, la constante toma el valor de $\kappa = 8.99 \times 10^9$ N-m^2/C^2, y entonces la fuerza (2-1) en newtons, viene dada por

$$F_e = (8.99 \times 10^9 \text{ N-m}^2/\text{C}^2)\frac{qq'}{r^2}, \quad q \text{ y } q' \text{ en C, } r \text{ en m.} \tag{2-2}$$

Ejemplo 2.1 Calcule la aceleración inicial que adquirirán dos cuerpos con masas de 1 kg y carga de 1 C que se encontrasen separados por una distancia de 1 m.

Solución La solución de este problema es trivial, pero ejemplifica muy bien lo grande (o pequeña) que es una carga de un coulombio. Al sustituir $q = q' = 1$ C y $r = 1$ m en la ecuación (2-2), obtenemos que la fuerza eléctrica ejercida sobre cada uno de los cuerpos es

$$F_e = 8.99 \times 10^9 \text{ N} = 8.99 \text{ GN}$$

donde hemos usado la abreviación G (giga) que representa $10^9 = 1000\,000\,000$. De acuerdo con la segunda ley de Newton, cuando una fuerza actúa sobre un cuerpo de masa m, éste experimenta un movimiento acelerado que satisface

$$F_e = ma \tag{2-3}$$

donde a es la aceleración. Despejando a de (2-3), obtenemos

$$a = F_e/m$$

Sustituyendo F_e y $m = 1$ kg y recordando que 1 N = 1 kg-m/s^2, tenemos

$$a = 8.99 \times 10^9 \text{ N/1 kg} = 8.99 \times 10^9 \text{ m/s}^2$$

El resultado es realmente escalofriante: ¡nueve millones de kilómetros sobre segundo al cuadrado! Recordemos que la aceleración de la gravedad es 9.81 m/s^2, así que el valor obtenido es mil millones de veces mayor. Para dar un ejemplo, una partícula con una aceleración como la obtenida tardaría menos de dos segundos en llegar al Sol (la luz tarda ocho segundos) y alcanzaría la velocidad de la luz en 0.30 segundos partiendo del reposo. Lo anterior indica que una carga de un coulombio es una magnitud enorme. Obviamente, conforme se separaran las dos cargas, la fuerza que actuaría sobre ellas iría disminuyendo, pues aumentaría r. Sin embargo, a un kilómetro de distancia dicha fuerza aún sería de 8990 N.

Ejemplo 2.2 Dos cargas iguales se encuentran separadas a una distancia de un centímetro. Si la fuerza de repulsión es de 10^{-5} N (1 dina), ¿cuál es la magnitud de la carga de cada una?

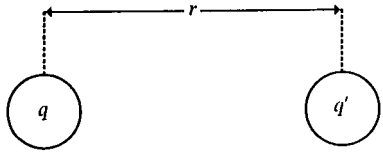


Figura 2.5 Cargas separadas una distancia r.

Solución Haciendo $q = q'$ en la ecuación (2-1) y despejando el valor de q, alcanzamos la expresión

$$q = r(F_e/\kappa)^{1/2}$$

Sustituyendo valores:

$$q = 1 \times 10^{-2}\ \text{m}\left(\frac{1 \times 10^{-5}\ \text{N}}{8.99 \times 10^{9}\ \text{N-m}^2/\text{C}^2}\right)^{1/2} \qquad q = 3.335 \times 10^{-10}\ \text{C}$$

Aprovechando que un pico coulombio es 10^{-12} coulombios, podemos expresar esta carga como

$$q = 333.5\ \text{pC}$$

Este valor se suele denominar *unidad electrostática de carga* (u.e.s.), es decir,

$$1\ \text{u.e.s.} = 333.5\ \text{pC} = 3.335 \times 10^{-10}\ \text{C} \qquad \textbf{(2-4)}$$

PROBLEMA 2.1 Hoy día se conoce que la carga del electrón es -1.6021×10^{-19} C. Transforme este valor a attocoulombios (recuerde que 1 atto $= 10^{-18}$) y a u.e.s.

Respuesta -1.6021×10^{-19} C $= -0.16021$ aC $= -4.803 \times 10^{-10}$ u.e.s.

PROBLEMA 2.2 Suponga que en el núcleo de un átomo dos protones se encuentran separados a una distancia de 1×10^{-15} m (1 femtómetro). La carga de un protón es de 0.16021 aC. *a)* Calcule la fuerza de repulsión entre ambos protones. *b)* Investigue por qué, si la fuerza de repulsión es tan grande, los protones permanecen fijos en el núcleo y éste no se desintegra por la repulsión coulombiana.

Respuesta *a)* $F_e = 230.7$ N. *b)* Los protones permanecen unidos en el núcleo, junto con los neutrones, debido a que existe una fuerza de atracción que se opone a la de repulsión coulombiana. La fuerza de atracción nuclear no tiene ningún análogo clásico, pues sólo se hace presente a distancias muy pequeñas. A la interacción entre nucleones (protones y neutrones) que genera esta atracción se le conoce como interacción fuerte.

PROBLEMA 2.3 Calcule la fuerza de atracción entre un protón y un electrón separados a 10 nm de distancia.

Respuesta $F_e = 2.31 \times 10^{-12}$ N $= 2.31$ pN.

PROBLEMA 2.4 ¿A qué distancia se encuentran separadas dos cargas, una de 1 nC y otra de 700 pC, si la fuerza de repulsión entre ellas es 6.3 nN?

Respuesta $r = 1$ m.

2.3.2 Campo eléctrico

Es claro que la fuerza de Coulomb actúa «a distancia»; es decir, dos partículas cargadas interactúan entre sí sin necesidad de tocarse, estando a una distancia r una de otra. Consideremos la partícula con carga q' de la figura 2.6. Podríamos decir que el espacio que rodea a la carga no puede considerarse como «vacío», ya que en el mismo momento en que colocáramos en él una segunda carga q (de un coulombio, por ejemplo) ésta se vería atraída o repelida

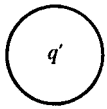


Figura 2.6 ¿Qué caracteriza al espacio que rodea una carga eléctrica?

por la primera, según sea positiva o negativa. Si q' es positiva, la carga q de 1 C sería repelida, según se indica en la figura 2.7, y si q' fuese negativa, la carga prueba de 1 C sería atraída de acuerdo con la figura 2.8.

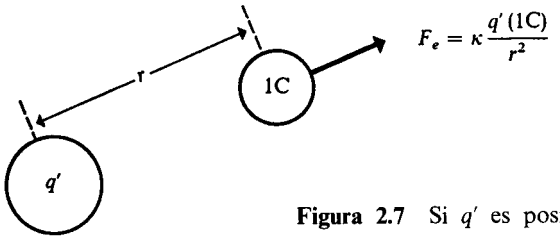


Figura 2.7 Si q' es positiva, la carga prueba es repelida.

La fuerza eléctrica que se indica en las figuras 2.7 y 2.8 será diferente si la carga prueba de 1 C se coloca más o menos separada de la carga q'. Lo anterior puede ejemplificarse si, haciendo caso omiso de la carga prueba, dibujamos en un diagrama las fuerzas a las que se vería sometida de acuerdo con el punto donde se le situara, lo que se ha realizado en la figura 2.9 (a) y (b).

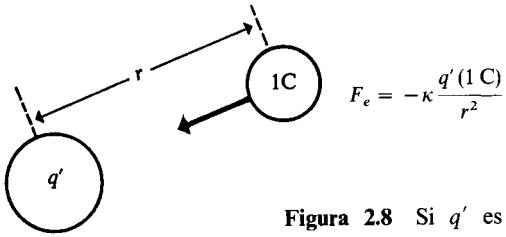


Figura 2.8 Si q' es negativa, la carga prueba es atraída.

En la figura 2.9 sólo se presentan unas cuantas posibilidades para la posición de la carga de 1 C, pero de ellas se hace patente el hecho de que el espacio que rodea a cualquier carga q' es todo un campo de fuerzas potenciales que podrían actuar al hacerse presente la carga prueba, como se observa en la figura 2.10.

La elección de una carga prueba de un coulombio trae la siguiente ventaja: cualquiera de los vectores del campo de fuerzas tiene una magnitud de

$$F_e = \kappa \frac{q'(1\ \mathrm{C})}{r^2}$$

y al dividir esta expresión entre 1 C, obtenemos la fuerza eléctrica por unidad de carga, la que se conoce como *campo eléctrico*,

$$E = F_e/(1\ \mathrm{C}) = \kappa \frac{q'}{r^2} \qquad \textbf{(2-5)}$$

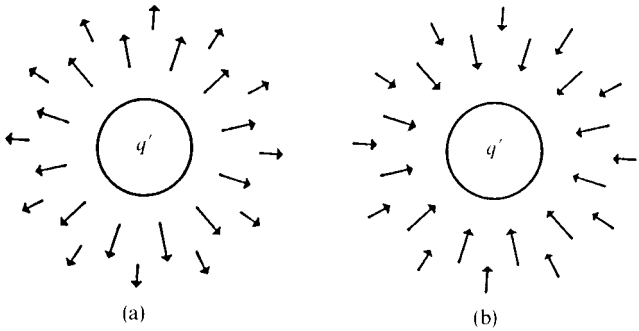


Figura 2.9 (a) Campo de fuerzas para q' positiva. (b) Campo de fuerzas para q' negativa.

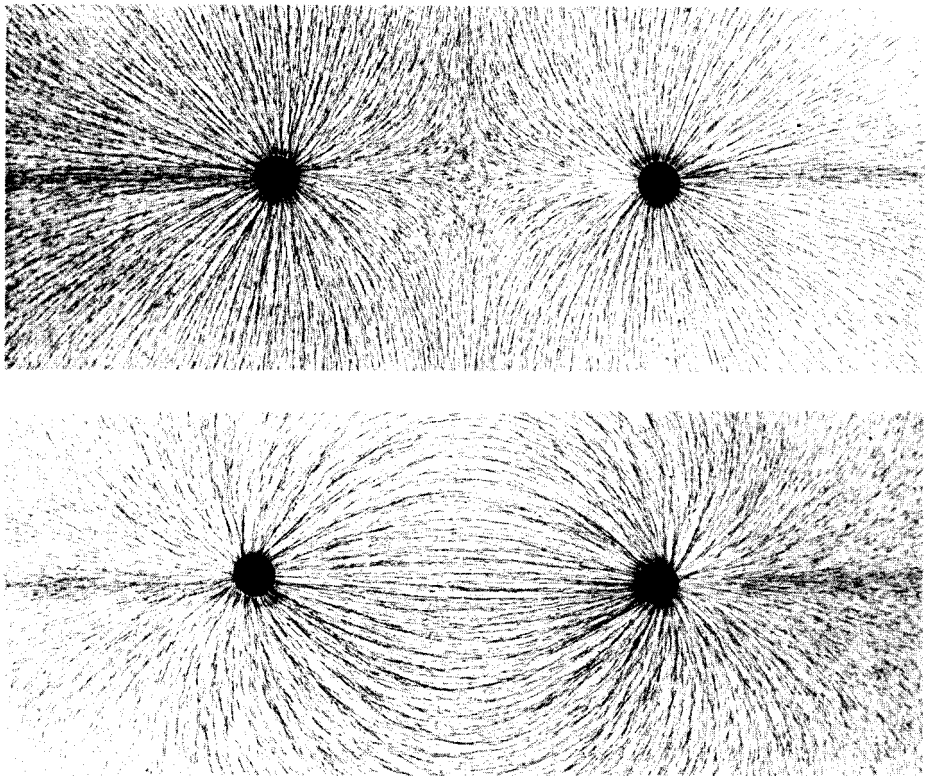


Figura 2.10 Campos de fuerzas resultantes de la interacción de dos partículas. *(Foto de limaduras de hierro, tomada de Hetch,* Physics in perspective, *© 1980. Addison-Wesley Publishing Co. Cortesía de Physics Department, Princeton University, Princeton, N. J.)*

De la ecuación (2-5), la magnitud del campo eléctrico sería la misma que la de la fuerza eléctrica, así como su dirección. A esto se debe que los campos vectoriales de la figura 2.9 sean también correspondientes a vectores de campo eléctrico, con la diferencia de que éste tiene unidades de fuerza por unidad de carga, por ejemplo, newtons sobre coulombios (N/C).

En física, un campo es cualquier cantidad que puede tomar diferentes valores en cada punto del espacio. Así, la temperatura es un campo, pues puede variar dependiendo del punto (x, y, z) donde se la mida. Podemos hablar entonces de la temperatura como una función $T(x, y, z)$. Si la temperatura en cada punto del espacio varía conforme transcurre el tiempo, entonces hablaremos de $T(x, y, z, t)$.

La velocidad de un líquido es también un campo, pero ya que la velocidad es un vector, éste es un *campo vectorial*, a diferencia del campo de temperatura, que es un *campo escalar*. En un campo vectorial, las tres componentes del vector pueden cambiar dependiendo de la posición (x, y, z) y del tiempo. Las funciones $v_x(x, y, z, t)$, $v_y(x, y, z, t)$ y $v_z(x, y, z, t)$ determinan el campo vectorial, pues dado un punto del espacio y un tiempo t, las tres funciones fijan el vector $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$.

El campo eléctrico se define como la fuerza eléctrica (que es un vector) por unidad de carga y,

por tanto, es un campo vectorial, pues, de la figura 2.9 se desprende que la fuerza eléctrica varía de un punto del espacio a otro.

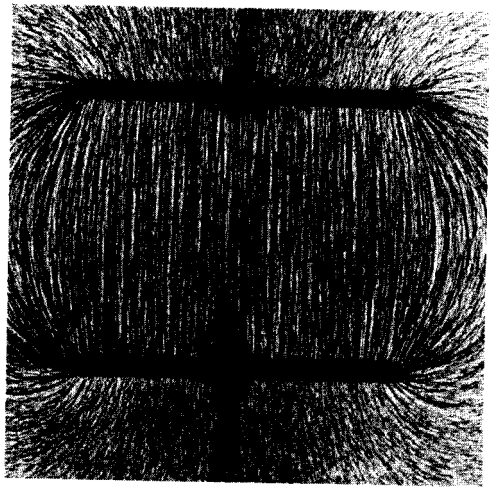
Vale la pena preguntarse cuál es la ventaja de haber creado el concepto de *campo eléctrico*. La respuesta es simple: contar con una expresión para la fuerza eléctrica ejercida por unidad de carga, lo cual permite, ahora, calcular aquélla que existe sobre cualquier otra carga q, como

$$\boxed{F_e = qE} \tag{2-6}$$

Por ejemplo, la sustitución del campo eléctrico E para una partícula de carga q' de la ecuación (2-5), en la (2-6) conduce directamente a la ley de Coulomb, de donde es clara la validez de (2-6) para este caso. Dicha expresión es, además, utilizable para cualquier otro campo eléctrico. Por ejemplo, cuando tenemos un par de placas paralelas cargadas, como se muestra en la figura 2.11, el campo eléctrico es ahora constante en el espacio que hay entre las placas. Esto quiere decir que una carga prueba de 1 C, colocada en cualquier punto, sentiría una fuerza hacia abajo cuya magnitud sería idéntica a la de los vectores de la figura.

Así, cuando una carga q se colocara entre las placas, la fuerza eléctrica ejercida sobre ella vendría dada por (2-6).

PROBLEMA 2.5 Entre dos placas paralelas se tiene un campo eléctrico de 10 000 N/C. Calcule la fuerza eléctrica sobre una carga de un millón de electrones.



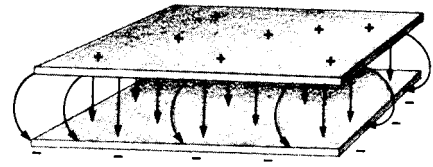


Figura 2.11 Campo eléctrico entre dos placas paralelas cargadas. *(Tomada de Hetch,* Physics in perspective, © *1980. Addison-Wesley Publishing Co. Cortesía de Physics Department, Princeton University, Princeton, N. J.)*

Respuesta $F_e = 1.6 \times 10^{-9}$ N = 1.6 nN.

Ejemplo 2.3 ¿Cuál es el campo eléctrico creado por un protón?

Solución Empleando la expresión (2-5) obtenemos

$$E = \frac{(8.99 \times 10^9 \text{ N-m}^2/\text{C}^2)(1.6021 \times 10^{-19} \text{ C})}{r^2}$$

$$E = \frac{1.44 \times 10^{-9}}{r^2}$$

Como vemos, la magnitud del campo eléctrico depende de la distancia al protón. Cuando ésta se diera en metros, el resultado para E se obtendría en N/C. A continuación tabulamos el valor del campo eléctrico para distancias desde un nanómetro hasta un metro, con lo que nos ejercitamos un poco en el sistema internacional de unidades.

DISTANCIA	CAMPO ELECTRICO (en N/C)
1 nm	1.44×10^9
10 nm	1.44×10^7
100 nm	1.44×10^5
1 μm	1.44×10^3
10 μm	1.44×10^1
100 μm	1.44×10^{-1}
1 mm	1.44×10^{-3}
1 cm	1.44×10^{-5}
1 dm	1.44×10^{-7}
1 m	1.44×10^{-9}

Obviamente, como podemos ver en la figura 2.9, la dirección del vector campo eléctrico es hacia afuera del protón.

Ejemplo 2.4 Encuentre gráficamente el campo eléctrico a una distancia de 1 mm para un protón que se encuentra dentro de dos placas paralelas. El campo eléctrico entre las placas en ausencia del protón es de 0.001 N/C.

Solución Con este problema se trata de ejemplificar la adición de dos campos eléctricos. Al colocar la carga prueba de 1 C a una distancia de 1 mm del protón, ésta sentirá dos fuerzas: una que lo tiende a separar del protón, con una magnitud $E_1 = 1.44 \times 10^{-3}$ N (véase el ejemplo anterior) y otra que lo tiende a llevar a la placa negativa, con una magnitud de $E_2 = 1 \times 10^{-3}$ N. La fuerza resultante sobre la carga prueba, o sea, el campo eléctrico total, será igual a la suma de ambos campos considerados como vectores. En la figura 2.12 hemos realizado dicha suma vectorial para algunos puntos alrededor del protón.

Los vectores resultantes de la figura 2.12 muestran la magnitud y dirección de la fuerza eléctrica que «sentiría» una carga de 1 C si fuera colocada en algunos de los ocho puntos mostrados.

Hemos visto que el campo eléctrico puede variar de un punto a otro del espacio. En aquellos lugares donde el campo eléctrico adquiere un valor elevado, una partícula cargada sufrirá una fuerza grande y en aquellos donde el campo sea pequeño, la fuerza eléctrica será también pequeña.

Como en la definición de campo eléctrico se ha usado una carga positiva como referencia; es decir, se ha definido a éste como la fuerza por unidad de carga positiva, la dirección de la fuerza ejercida sobre una carga q será la misma que la del campo eléctrico E en ese punto si q es positiva; ambos vectores (F_e y E) tendrán direcciones opuestas si q es negativa. Lo anterior

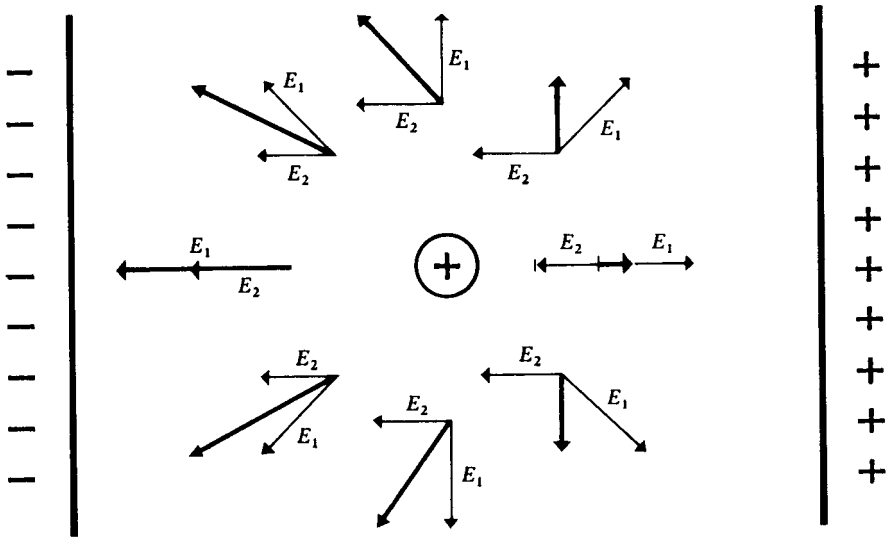


Figura 2.12 Adición vectorial del campo E_1 producido por el protón y el campo E_2 producido por las placas cargadas para los ángulos 0, 45, 90, 135 y 180° entre ambos. La resultante está representada por la línea más gruesa.

queda claro al observar la fórmula (2-6). Es decir, el campo eléctrico especifica la dirección en la cual se movería una partícula cargada positivamente que fuera colocada en ese punto como resultado de la fuerza que actúa sobre ella. Si la partícula es negativa, ésta se moverá en dirección contraria al campo eléctrico cuando fuera colocada en ese lugar. Para que esto quede claro, nos referiremos a la figura 2.11. Un protón colocado en medio de dos placas paralelas tenderá a moverse en la dirección especificada por el campo, es decir, hacia la placa negativa, mientras que un electrón lo haría en el sentido inverso, hacia la positiva.

Ejemplo 2.5 Estime la trayectoria que seguiría una partícula α (formada por dos protones y dos neutrones) cuando es enviada sobre un protón con las condiciones iniciales especificadas en la figura 2.13.

Solución Recordemos, para empezar, que los vectores del campo eléctrico creado por el protón apuntan hacia afuera de éste. Como la partícula α es positiva, la fuerza que ejerce el protón tendrá la misma dirección que el campo eléctrico, por lo que existirá una fuerza de repulsión, la cual irá en aumento conforme la partícula α se acerque. Dicha fuerza producirá una desaceleración sobre la partícula.

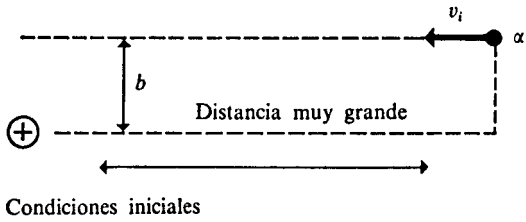


Figura 2.13 v_i es la velocidad inicial de la partícula α y b es el llamado «parámetro de impacto» que se supone pequeña para que exista una interacción apreciable. Supóngase, durante todo el experimento, que el protón permanece fijo en el espacio.

En la figura 2.14 se ha esquematizado la posición de la partícula α a iguales intervalos de tiempo. La máxima fuerza de repulsión se tiene en el punto A de la trayectoria; después de un tiempo considerable, la partícula se alejaría del protón en la dirección especificada por el ángulo θ a la velocidad v_i.

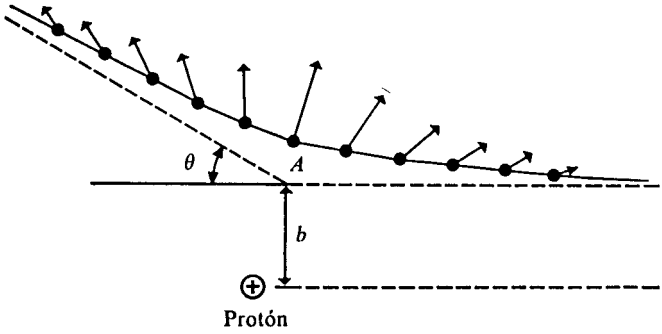


Figura 2.14 Trayectoria estimada para una partícula α que se lanza contra un protón. En el punto A, la fuerza de repulsión es perpendicular a la trayectoria. Al ángulo θ se le conoce como ángulo de dispersión.

PROBLEMA 2.6 ¿Cómo se modificaría el ángulo θ del ejemplo anterior si
a) en lugar del protón se tiene un núcleo pesado?
b) el parámetro de impacto es cero?
c) el parámetro de impacto aumenta?
d) la velocidad inicial de la partícula α es mayor?

2.3.3 Potencial eléctrico

En esta sección nos preguntaremos cuál es la energía necesaria para llevar una carga q de un punto a otro del espacio. Por simplicidad, supondremos que q es una carga positiva.

De acuerdo con la ley de conservación de la energía, cuando se transporta una carga desde el punto uno hasta el punto dos, se realizará un trabajo ω que deberá ser igual a la diferencia de energías potenciales en uno y dos:

$$V_2 - V_1 = \Delta V = \omega \tag{2-7}$$

Si se desarrolla un *trabajo sobre la carga*[4], su energía potencial en dos debe ser mayor que en uno, es decir,

$$\omega > 0 \rightarrow V_2 > V_1 \tag{2-8}$$

Por el contrario, si la carga hace *trabajo sobre su entorno*, entonces alcanza un punto con menor energía potencial que al principio:

$$\omega < 0 \rightarrow V_2 < V_1 \tag{2-9}$$

Estas implicaciones y la ecuación (2-7) son válidas también para el caso del campo gravitacional. Cuando una masa m aumenta su energía potencial al ser elevada de h_1 a h_2 ($h_2 > h_1$) se necesita hacer un trabajo sobre ella. El trabajo empleado hace aumentar la energía potencial de la masa. En este caso tenemos

$$\omega = \Delta V = mg(h_2 - h_1) > 0$$

En cambio, cuando $h_2 < h_1$, la masa desciende, disminuyendo su energía potencial, pudiendo realizar sobre su entorno un trabajo. Ahora tanto ω como ΔV son negativos.

En el caso eléctrico, el campo que hace variar la energía potencial de un punto a otro es el campo eléctrico y no el gravitacional, como en los ejemplos anteriores[5].

Consideremos que la carga q positiva se desee aproximar a un protón desde el punto uno al punto dos (véase Fig. 2.15). Para ello será necesario realizar un

[4] En este caso hablaremos de un *trabajo positivo*, convención que no es la usualmente empleada en termodinámica. Para emplear la misma convención que en termodinámica, la fórmula (2-7) debería escribirse $\Delta V = -\omega$.

[5] Las interacciones electromagnéticas ocupan el tercer lugar en la naturaleza en cuanto a su magnitud. Son mayores que las gravitacionales (véase Ejemplo 9), pero menores que las que ocurren en el decaimiento radiactivo β (interacciones débiles, véase Sec. 2.10) y en el núcleo atómico (interacciones fuertes).

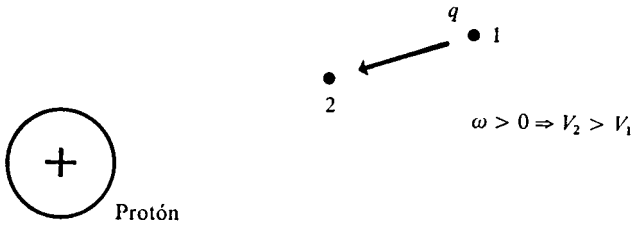


Figura 2.15 La energía potencial de una carga positiva es mayor cerca que lejos de un protón.

trabajo sobre la carga, pues intentamos llevarla de un lugar donde experimenta menos repulsión a otro donde existe mayor repulsión, es decir, ω es positivo. Debido a esto, y de acuerdo con (2-8), $V_2 > V_1$.

En este caso, la trayectoria de la carga q tiene dirección opuesta al campo eléctrico producido por el protón (véase Fig. 2.9). Por tanto, de acuerdo con (2-6), una fuerza eléctrica de magnitud Eq se opone al movimiento de la partícula de uno a dos.

Por el contrario, si la carga positiva q se acerca a un electrón, el campo eléctrico (véase Fig. 2.10) y, por tanto, la fuerza eléctrica actúa a favor de su movimiento, por lo que se puede realizar un trabajo ($\omega < 0$), disminuyendo con ello su energía potencial (Fig. 2.16).

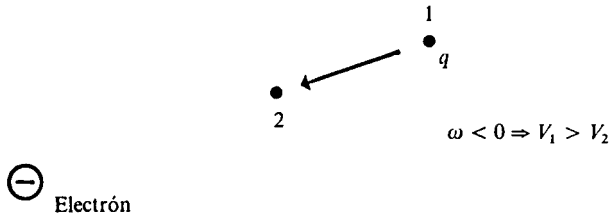


Figura 2.16 La energía potencial de una carga positiva es menor donde mayor es la atracción.

Al igual que en un campo gravitacional, se escoge arbitrariamente el cero de la energía potencial gravitacional (el plano para el cual $h = 0$), lo mismo debe hacerse en un campo eléctrico para la energía potencial eléctrica.

Por convención, $V = 0$ para los puntos donde no se ejerza ni atracción ni repulsión sobre la carga q, lo cual siempre ocurre si se encuentra a una distancia infinita de cualquier otra carga eléctrica.

La energía potencial en cualquier punto $V(x, y, z)$ se calcula por el trabajo realizado para llevar la carga q desde el infinito (punto uno) hasta el punto (x, y, z) en cuestión. Lo anterior es claro si, empleando (2-7),

$$V(x, y, z) - V_1(\infty) = \omega$$

recordamos que $V_1(\infty) = 0$, por convención, y entonces

$$V(x, y, z) = \omega \tag{2-10}$$

Así como al campo eléctrico se le definió como la fuerza por unidad de carga, a la energía potencial por unidad de carga se le conoce como *potencial eléctrico*, ϕ,

$$\phi = \frac{V}{q} \tag{2-11}$$

De (2-10) y (2-11) se desprende que si $q = 1$ C, el potencial ϕ en un punto puede interpretarse como el trabajo para llevar una carga unitaria desde el infinito hasta el punto en cuestión. Las unidades del potencial eléctrico son de energía sobre carga. Un potencial de un voltio (V) se tendría cuando una carga de 1 C tuviera una energía potencial de 1 J:

$$1 \text{ V} = \frac{1 \text{ J}}{1 \text{ C}}$$

O sea, que un voltio por un coulombio es igual a un julio. La diferencia de potenciales en dos puntos dados del espacio sería

$$\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 = \frac{1}{q}(V_2 - V_1) \tag{2-12}$$

Pero como V_2 es el trabajo para llevar a q del ∞ a 2 y V_1 del ∞ a 1, $V_2 - V_1$ es precisamente el trabajo para llevar a q de 1 a 2 (véase Fig. 2.17):

$$\omega_{12} = V_2 - V_1 \tag{2-13}$$

Sustituyendo (2-13) en (2-12),

$$\Delta\phi = \frac{\omega_{12}}{q} \tag{2-14}$$

Podemos decir, entonces, que la diferencia de potencial entre los puntos 1 y 2 es el trabajo necesario para llevar la unidad de carga de 1 a 2.

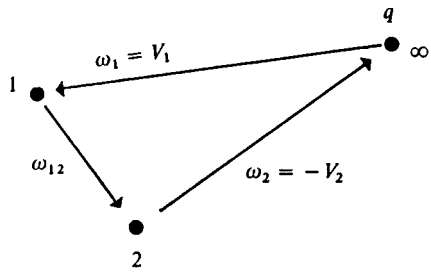


Figura 2.17 Dado que en el ciclo especificado se parte de ∞, se llega a 1, luego a 2 y se retorna a ∞, el trabajo total del ciclo es cero y entonces $\omega_1 + \omega_{12} + \omega_2 = 0$, por lo que $V_1 + \omega_{12} - V_2 = 0$; $V_2 - V_1 = \omega_{12}$.

Rearreglando (2-11) y (2-14), tenemos

$$\boxed{V = \phi q} \tag{2-15}$$

$$\boxed{\omega_{12} = (\Delta\phi)q} \tag{2-16}$$

Dichas fórmulas son válidas para cualquier carga q y se leerían como sigue:

— **La energía potencial eléctrica de una carga q en un punto dado es igual al producto de q por el potencial eléctrico en el punto.**
— **El trabajo necesario para llevar una carga q de un punto a otro es igual al producto de q por la diferencia de potencial entre ambos puntos.**

Así como los cuerpos tienden espontáneamente a caer desde puntos de mayor potencial gravitacional a otros de menor potencial, debido a que en este proceso ω es negativo, la fórmula (2-16) puede interpretarse de la misma forma para sistemas con cargas eléctricas.

Si q es positiva, ésta tenderá espontáneamente a viajar hacia puntos con menor potencial eléctrico, ya que así $\Delta\phi < 0$ y $q\Delta\phi = \omega < 0$.

Si q es negativa, ésta tenderá espontáneamente a pasar hacia puntos con mayor potencial eléctrico, ya que $\Delta\phi > 0$ y $q\Delta\phi = \omega < 0$.

Ejemplo 2.6 Calcule la diferencia de potencial $\Delta\phi$ entre dos placas cargadas separadas a una distancia d, con un campo eléctrico E constante en su interior.

Solución La ecuación que vamos a emplear es la (2-14), que indica que $\Delta\phi$ es el trabajo necesario para llevar una carga de 1 C de una placa a la otra $\Delta\phi = \omega_{12}/1$ C. El proceso se indica en la figura 2.18.

La fuerza entre placas es una constante igual al producto de carga por campo eléctrico [Ec. (2-6)] y, como el trabajo es fuerza por distancia, tenemos

$$\omega_{12} = F_e d \quad \text{y} \quad F_e = E(1\ \text{C})$$

entonces,

$$\Delta\phi = \omega_{12}/1\ \text{C} = \frac{F_e d}{1\ \text{C}} = \frac{(1\ \text{C})Ed}{(1\ \text{C})} = Ed$$

Como puede observarse, la elección arbitraria del valor de la carga (1 C) es intrascendente, pues finalmente no interviene en las ecuaciones, por cancelación.

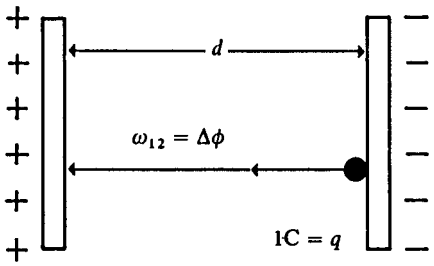


Figura 2.18 La diferencia de potencial entre las placas se obtiene del trabajo necesario para transportar 1 C de la placa negativa a la positiva.

Normalmente, la diferencia de potencial en voltios es una cantidad medible, así que la ecuación

$$E = \frac{\Delta\phi}{d} \tag{2-17}$$

permite calcular el campo eléctrico entre dos placas.

Ejemplo 2.7 Calcule el cambio en la energía potencial cuando un electrón se transporta de un punto a otro, entre los cuales existe una diferencia de potencial igual a un voltio.

Solución Si despejamos $V_2 - V_1$ de la ecuación (2-12), colocando e en el lugar de q, obtenemos

$$V_2 - V_1 = e\Delta\phi$$

Sustituyamos los valores

$$V_2 - V_1 = -1.6021 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}\cdot 1\,\mathrm{V} = -1.6021 \times 10^{-19}\,\mathrm{J}$$

al valor absoluto de esta energía se le conoce comúnmente como un *electrón-voltio* (eV), es decir,

$$1\,\mathrm{eV} = 1.6021 \times 10^{-19}\,\mathrm{J} \tag{2-18}$$

PROBLEMA 2.7 La energía potencial necesaria para llevar un electrón de la superficie del sodio metálico hasta el infinito es 2.28 eV. Transforme este valor a *ergios* (1 erg = $= 10^{-7}$ J).

Respuesta 3.653×10^{-12} erg.

PROBLEMA 2.8 Por medio de calentamiento es posible dar la energía necesaria para sacar un electrón de la plata (efecto termiónico). Sólo basta dar al electrón una energía de 0.730 aJ a 600 °C. Transforme este valor a electrón-voltios.

Respuesta 4.56 eV.

Ejemplo 2.8 Obtenga una expresión para el potencial a una distancia r de una carga q'.

Solución Se calculará ϕ a partir de (2-11). Escogiendo $q = 1$ C, y de acuerdo con (2-10), el potencial a una distancia r es igual al trabajo realizado para llevar la carga prueba desde el infinito hasta una distancia r de la carga q'.

$$\phi = \frac{\omega}{1\,\mathrm{C}} \tag{2-19}$$

Ahora bien, el trabajo ω no es simple de calcular, pues la fuerza eléctrica varía mientras la carga prueba se acerca a q' (Fig. 2.19).

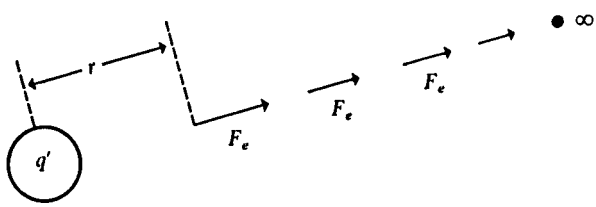


Figura 2.19 Fuerzas eléctricas a lo largo de la trayectoria de la carga unitaria desde el infinito (donde $F_e = 0$) hasta r, donde $F_e = \dfrac{\kappa(1\,\mathrm{C})(q')}{r^2}$.

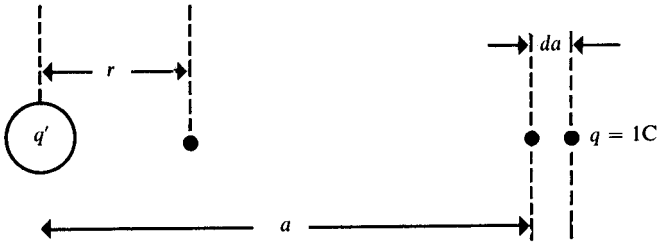


Figura 2.20

Cuando la carga unitaria se desplace una diferencial de distancia desde a hasta $a - da$ (Fig. 2.20), la fuerza eléctrica es constante e igual a

$$F_e = \kappa \frac{(1\ \mathrm{C})(q')}{a^2} \tag{2-20}$$

por lo que la diferencial de trabajo que se realiza en este proceso es el producto de fuerza por distancia:

$$d\omega = -F_e da \tag{2-21}$$

donde el signo menos aparece porque la fuerza y la trayectoria tienen direcciones opuestas.

Sumar todas estas diferenciales de trabajo, desde que $a \to \infty$ hasta que $a = r$, significa integrar la ecuación (2-21) con estos límites, obteniéndose el trabajo

$$\omega = -\int_{a\to\infty}^{a=r} F_e da \tag{2-22}$$

Sustituyendo (2-20) en (2-22):

$$\omega = -\kappa(1\ \mathrm{C})q' \int_{\infty}^{r} \frac{da}{a^2}$$

Realizando la integral:

$$\omega = -\kappa(1\ \mathrm{C})q' \left[-\frac{1}{a}\right]_{\infty}^{r} = -\kappa(1\ \mathrm{C})q' \left[-\frac{1}{r}\right]$$

$$\omega = \frac{\kappa(1\ \mathrm{C})q'}{r} \tag{2-23}$$

Finalmente, sustituyendo (2-23) en (2-19):

$$\boxed{\phi = \kappa \frac{q'}{r}} \tag{2-24}$$

Ejemplo 2.9 Obtenga la expresión de la energía potencial para una carga q situada a una distancia r de una carga q'.

Solución Una vez obtenido el potencial (2-24), basta usar (2-15) para alcanzar el resultado deseado. La razón es que ϕ ha sido calculado como la energía potencial por unidad de carga y para calcular V sólo es necesario multiplicar ϕ por la carga en cuestión. Sustituyendo (2-24) en (2-15) obtenemos

$$V = \kappa \frac{qq'}{r} \tag{2-25}$$

V sería, precisamente, el trabajo para llevar la carga q desde el infinito hasta una distancia r de q'. Como vemos, si q y q' tienen iguales signos, la energía potencial es positiva, lo mismo que ω [véase Ec. (2-10)]. En cambio, si q y q' tienen signos opuestos, V y ω son negativos.

PROBLEMA 2.9 Cuál sería la energía potencial de un electrón a una distancia de un armstrong (Å) de un protón (1 Å = 10^{-10} m).

Respuesta. $V = -2.31 \times 10^{-18}$ J $= -2.31$ aJ.

PROBLEMA 2.10 Una partícula α se lanza frontalmente sobre un protón a una velocidad de $2 \frac{\text{Mm}}{\text{s}}$ (M = mega = 10^6). La repulsión hace que la partícula α se frene a cierta distancia r del protón. En ese punto toda su energía cinética se habrá transformado en energía potencial. Calcule la distancia r. La masa de una partícula α es 4.00278 u.m.a. (1 uma = 1.66043×10^{-27} kg).

Respuesta $r = 3.47 \times 10^{-14}$ m.

PROBLEMA 2.11 Calcule la diferencia de potencial que existe entre un punto a una distancia de 1 nm de un protón y otro a una distancia de 10 nm.

Respuesta $\Delta\phi = -1.296$ V.

2.3.4 Campo magnético

El tema de la electrodinámica es el estudio de las cargas en movimiento. Cuando dos cargas eléctricas están quietas (electrostática), la fuerza es proporcional a $1/r^2$ (ley de Coulomb), pero esto deja de ser cierto cuando hay movimiento relativo entre ellas. En este caso, la fuerza no depende sólo de $1/r^2$, sino, además y de un modo complicado, del movimiento de las mismas. Sin embargo, hay un principio general que hace posible tratar la fuerza de una forma simple, que indica

$$F = F_e + F_m \tag{2-26}$$

El primer término o fuerza eléctrica,

$$F_e = qE \tag{2-27}$$

es la componente de la fuerza que es independiente del movimiento de la carga q, lo cual implica que (2-6) puede emplearse en electrostática o en electrodinámica.

E sería el campo eléctrico dentro del cual está inmersa q. El segundo término o fuerza magnética vale cero si no hay movimiento entre las cargas, y sólo aparece en electrodinámica, y es la componente de la fuerza F que depende del movimiento de la carga q.

Así, cuando una o más cargas se encuentran en movimiento, decimos que crean un campo magnético que hace que otra carga sienta una fuerza adicional F_m que depende de la carga misma, de su velocidad y de la magnitud y dirección del campo magnético, que denominaremos B.

Se ha encontrado que F_m es perpendicular tanto a la velocidad v como al campo magnético B y su magnitud es (véase Fig. 2.21)

$$\boxed{F_m = qvB \operatorname{sen} \theta} \tag{2-28}$$

siendo θ el ángulo que forman los vectores $\vec{v}$ y $\vec{B}$.

En notación vectorial, empleando el producto cruz de vectores

$$\boxed{\vec{F}_m = q(\vec{v} \times \vec{B})} \tag{2-29}$$

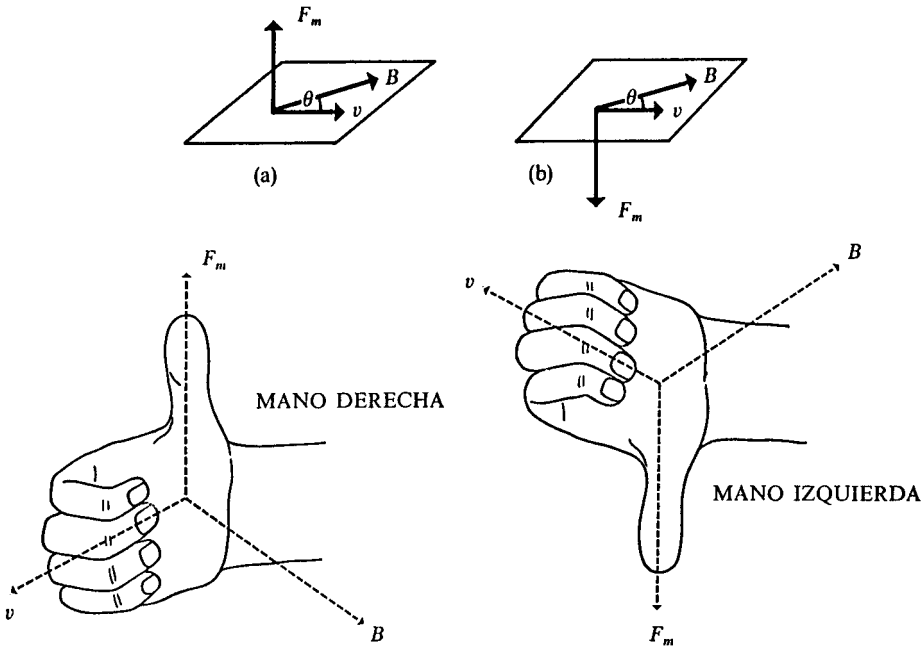


Figura 2.21 La dirección del vector F_m siempre es perpendicular a v y B, pero existen las posibilidades (a) y (b). Para las cargas positivas, empleando la regla de la mano derecha, se fija (a) como la dirección correcta.
Como F_m para cargas negativas es $-F_m$ para positivas, debe usarse la mano izquierda, siendo (b) el diagrama correcto.

De esta fórmula, las unidades de B deben ser de fuerza sobre carga y velocidad, por ejemplo $\frac{\text{N}}{\text{Cm/s}}$, pero ya que $\frac{\text{C}}{\text{s}} = \text{A}$ (amperios), sus unidades podrían ser $\frac{\text{N}}{\text{A-m}} = \text{T}$ [tesla, en honor del ingeniero yugoslavo Nicholas Tesla (1856-1943)]. Si v y B son vectores perpendiculares ($\theta = 90°$), entonces

$$F_m = qvB \tag{2-30}$$

La fuerza electromagnética que actúa sobre la carga q es, entonces, con la sustitución de (2-27) y (2-29) en (2-26),

$$F = q(E + v \times B) \tag{2-31}$$

expresión conocida como fuerza de Lorentz, en honor de Hendrik Antoon Lorentz (1853-1928), quien compartió el premio Nobel de física en 1902 con Pieter Zeeman (1865-1943), por sus trabajos en la influencia del magnetismo en los fenómenos de radiación.

Es curioso, pero los fenómenos magnéticos fueron en un principio más conocidos por el hombre que los eléctricos, debido a que en la antigüedad se hallaron minerales de hierro que creaban campos magnéticos. En la actualidad, además de los imanes naturales, el hombre emplea imanes artificiales en multitud de aplicaciones de la técnica.

No es perfectamente conocido qué hace que un pedazo de hierro se imante y produzca un campo magnético que pueda afectar la trayectoria de partículas cargadas que lo atraviesan. La respuesta parece residir en el espín de los electrones de los átomos que componen el material, tema que abordaremos con más profundidad en el capítulo 5 de este texto. Sin embargo, aún no es claro por qué en un imán permanente *(ferromagneto)* los espines, en gran cantidad de átomos, se encuentran alineados en la misma dirección.

La Tierra misma es un gran imán; a esto se debe que las brújulas se orienten de Norte a Sur. La intensidad del campo magnético de la Tierra es, en el Ecuador, de 1.3×10^{-7} T.

Con un material ferromagnético puede estudiarse la interacción que sufre una partícula cargada cuando atraviesa el espacio entre sus polos norte y sur. La dirección de B es del polo norte hacia el sur, así que una partícula positiva se desvía hacia arriba (mano derecha) y una negativa hacia abajo (mano izquierda) en el arreglo de la figura 2.22.

Mientras atraviesan un campo magnético homogéneo[6], las cargas describen trayectorias circulares. Esto ha hecho factible la construcción de cierto tipo de aceleradores de partículas en los que se estudian actualmente colisiones de muy alta energía entre partículas subatómicas, intentando descubrir su naturaleza y estructura.

[6] Un campo magnético es homogéneo cuando su magnitud no cambia en el espacio que hay entre los polos, e inhomogéneo cuando varía con la distancia.

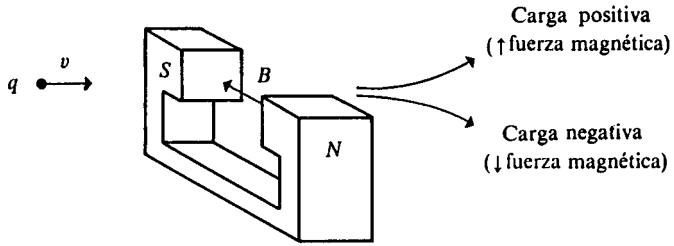


Figura 2.22 Fuerza magnética sobre una partícula cargada que atraviesa un imán.

Ejemplo 2.10 Estime la fuerza que siente un protón que llega a la Tierra, perpendicular al Ecuador, proveniente de los rayos cósmicos (véase el espectro electromagnético en Sec. 2.5), a una velocidad de 2×10^7 m/s. Compare esta fuerza con la de atracción gravitacional sobre el protón

$$(m_p = 1.67252 \times 10^{-27} \text{ kg}) \qquad (q = 1.6021 \times 10^{-19}\text{C})$$

Solución Empleando la ecuación (2-30) tenemos

$$F_m = (1.6021 \times 10^{-19}\text{ C})(2 \times 10^7 \text{ m/s})(1.3 \times 10^{-7}\text{ T})$$
$$F_m = 4.17 \times 10^{-19}\text{ N}$$

Por otra parte, la fuerza gravitacional es

$$F_g = m_p g = 1.67252 \times 10^{-27}\text{ kg}\,(9.8065\text{ m/s}^2)$$
$$F_g = 1.64 \times 10^{-26}\text{ N}$$

de donde deducimos que la fuerza magnética es varios millones de veces mayor que la gravitacional.

PROBLEMA 2.12 Calcule la fuerza magnética que se ejerce sobre una partícula α que atraviesa en perpendicular un campo magnético de 2 T a una velocidad de 2.2×10^7 m/s.

Respuesta $F_m = 1.41 \times 10^{-11}$ N = 14.1 pN.

PROBLEMA 2.13 ¿Qué trayectoria sigue una partícula positiva que se mueve en la misma dirección que un campo magnético?

Ejemplo 2.11 De la ecuación (2-30), si la fuerza magnética se tiene en dinas (1 dina = $= 10^{-5}$ N), la carga está dada en *unidades electromagnéticas* (1 uem = 10 C) y la velocidad en cm/s, el campo magnético se obtiene en $\dfrac{\text{dinas-s}}{\text{uem cm}}$ unidades conocidas como gauss en honor de Karl Friedrich Gauss (1777-1855), matemático y físico alemán.

Transforme un tesla (T) a gauss.

Solución Por definición

$$1\text{ T} = 1\frac{\text{N}}{\text{A-m}} = \frac{1\text{ N-s}}{\text{C-m}}$$

y

$$\text{gauss} = \frac{\text{dinas-s}}{\text{uem cm}}$$

como vemos, debemos incluir factores de transformación entre N y dinas, uem y C, cm y m:

$$1\ \text{T} = 1\left(\frac{\cancel{\text{N}}\text{-s}}{\cancel{\text{C}}\text{-}\cancel{\text{m}}}\right)\left(\frac{10^5\ \text{dinas}}{1\ \cancel{\text{N}}}\right)\left(\frac{10\ \cancel{\text{C}}}{1\ \text{uem}}\right)\left(\frac{\cancel{\text{m}}}{10^2\ \text{cm}}\right) = \frac{10^4\ \text{dinas-s}}{\text{uem-cm}}$$

$$1\ \text{T} = 10^4\ \text{gauss}$$

2.4 EL ELECTRON

En esta sección describiremos el experimento que desembocó en el descubrimiento de la primera partícula, el electrón: su masa y su carga.

2.4.1 El descubrimiento del electrón

El descubrimiento, en 1897, de la primera partícula, el electrón, fue un hecho experimental inesperado.

Hay que remontarse a principios del siglo XIX para darse cuenta de que, por esas fechas, se empieza a pensar que la materia está compuesta de cargas eléctricas. Por ejemplo, como se mencionó en la sección 1.1, a principios del siglo XIX los experimentos de electrólisis eran comunes.

De alguna forma, la corriente eléctrica debe interactuar con los componentes de la materia, la cual debe contener cargas eléctricas tanto positivas como negativas.

Son bien conocidas las leyes electroquímicas de Faraday, quien, en 1834, estudió la electrodepositación en celdas y halló que el paso de $F = 96\,490$ C (un faradio de carga) deposita siempre un equivalente químico de sustancia. Con la teoría de Arrhenius, en 1884 y 1887, en la que se proponía la idea de que las sales en disolución acuosa se disociaban en iones positivos y negativos, se interpretan las leyes de Faraday desde este punto de vista, encontrándose que los iones en solución tienen cargas siempre múltiplos de una unidad fundamental, para la cual G. Johnstone Stoney propone, en 1891, el nombre de electrón[7].

Sin embargo, nadie esperaba que estos electrones fueran a aparecer en un experimento donde la electricidad pasara a través de un gas.

Bajo condiciones normales, los gases son muy malos conductores de la electricidad. Sólo una alta diferencia de potencial logra que una chispa

[7] Estudios teóricos recientes han revelado que es factible que existan partículas (los cuarks) con menos carga que el electrón. En ese caso, la unidad fundamental de carga no sería e. Mientras esto no se demuestre experimentalmente, e seguirá siendo considerada como la porción más pequeña de carga eléctrica.

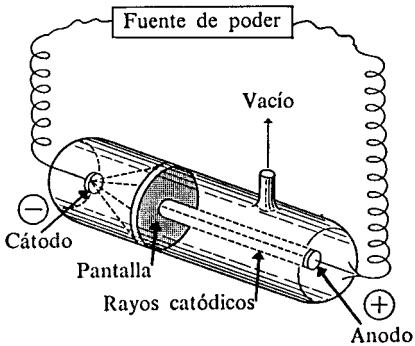


Figura 2.23 Tubo de rayos catódicos.

atraviese el espacio entre dos electrodos. Sin embargo, a baja presión, la conducción ocurre más fácilmente y está asociada con ciertos fenómenos luminosos interesantes. Este hecho fue observado en los llamados tubos de descarga, como el de la figura 2.23.

Cuando las técnicas experimentales hicieron posible disminuir la presión dentro del tubo hasta 0.01 ó 0.001 mm Hg, aparece una corriente de rayos, conocidos como *rayos catódicos*, que producen *fluorescencia* (véase Seybold en la bibliografía de este capítulo) en las paredes del tubo.

Pronto se encontró que los rayos catódicos viajaban en línea recta, y eran desviados por campos eléctricos y magnéticos (véanse Figs. 2.24, 2.25 y 2.26[8]).

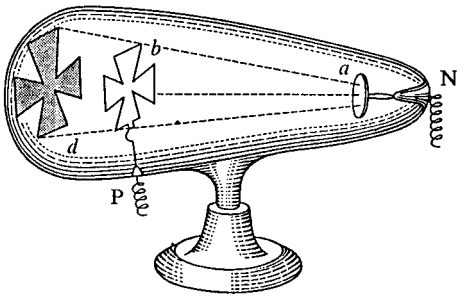


Figura 2.24 Los rayos catódicos viajan en línea recta. Observe la sombra producida cuando se coloca un objeto en su camino.

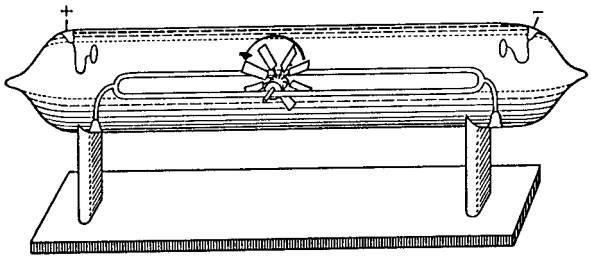


Figura 2.25 Los rayos catódicos poseen masa, ya que hacen girar al pequeño molinete que se encuentra en su trayectoria.

[8] Todas las figuras se han adaptado de las que empleó el físico inglés *sir* William Crookes (1832-1919) para explicar, en sus artículos aparecidos en 1879, lo que él llamó la naturaleza de la «materia radiante».

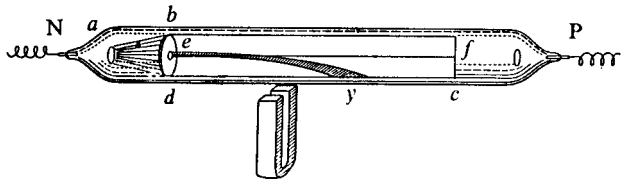


Figura 2.26 Los rayos catódicos tienen carga, ya que los desvía un campo magnético.

Los primeros estudios cuantitativos sobre los rayos catódicos fueron publicados en 1897, casi simultáneamente, por E. Wiechert (enero), W. Kaufmann (julio) y Joseph John Thomson (1856-1940) (octubre). En lo que sigue nos ocuparemos de este último, pues fue quien indicó que dichos rayos no eran más que los electrones de Stoney viajando del cátodo al ánodo a grandes velocidades.

Los contemporáneos de J. J. Thomson pensaban que los rayos catódicos eran torrentes de moléculas ionizadas o bien fluctuaciones producidas en el *éter*, el medio inmaterial que llenaba el espacio y era responsable de la propagación de la luz de un lugar a otro. La respuesta de Thomson fue sorprendente; no son ni uno ni otro, sino una nueva forma de materia a la que curiosamente llamó «corpúsculos» y no electrones, pues este último término era conocido sólo por los especialistas en el estudio de las disoluciones.

Procedamos a explicar en qué consistió el experimento de Thomson, para lo cual presentamos, en la figura 2.27, el aparato que empleó. Desde el cátodo se emiten los electrones, con masa m y carga e. Algunos pasan por el orificio existente en el ánodo a cierta velocidad v. En ausencia de otra interacción, su trayectoria rectilínea los hacía incidir en b.

Sir J. J. THOMSON (1856-1940).
(Tomada de Hecht, Physics in perspective, *© 1980. Addison-Wesley Publishing Co. Cortesía de Cavendish Laboratory, Universidad de Cambridge, Inglaterra.)*

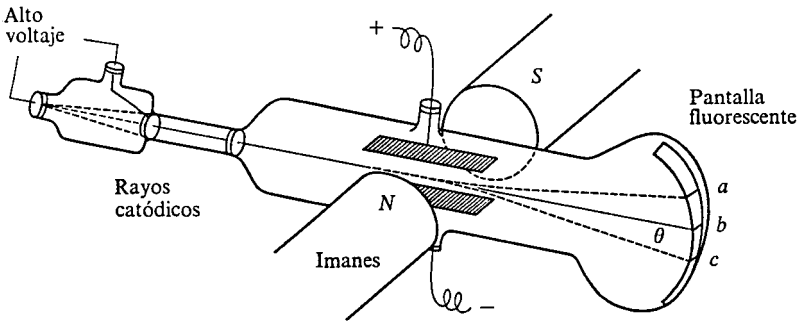


Figura 2.27 Aparato con el cual Thomson descubrió el electrón.

Si sólo el campo eléctrico actúa sobre ellos, entonces de acuerdo con (2-6), la fuerza eléctrica

$$F_e = Ee \tag{2-32}$$

los desvía hacia arriba, alcanzando la pantalla en el punto *a*.

El campo magnético puede ejercer también una fuerza sobre los electrones. Conforme a lo estudiado en la sección 2.3.4, aplicando la regla de la mano izquierda (partículas con carga negativa), la fuerza magnética sería hacia abajo y de magnitud

$$F_m = Bve \tag{2-33}$$

y forzaría a los electrones a describir una trayectoria circular, de radio R, mientras pasan por el campo (véase Fig. 2.28) alcanzando la pantalla en el punto *c*.

En el movimiento circular, la partícula tiene una aceleración centrípeta

$$a = v^2/R \tag{2-34}$$

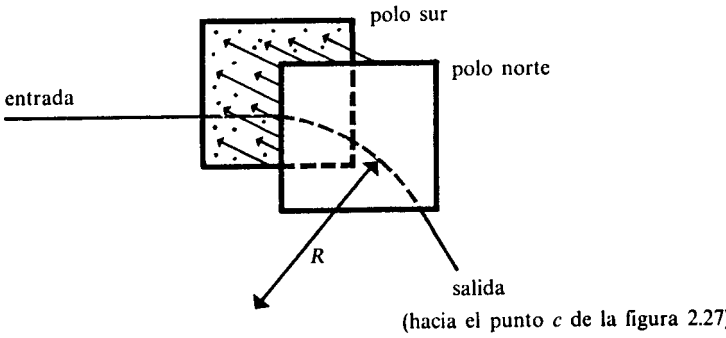


Figura 2.28 Trayectoria descrita por una partícula eléctrica al atravesar un campo magnético.

Aplicando la segunda ley de Newton, la fuerza magnética de la ecuación (2-33) debe igualarse a la masa m multiplicada por la aceleración (2-34):

$$Bve = \frac{mv^2}{R} \tag{2-35}$$

Rearreglando esta expresión obtenemos que la relación e/m para las partículas que constituyen los rayos catódicos es

$$e/m = \frac{v}{BR} \tag{2-36}$$

Desgraciadamente, la velocidad v inicial es una variable desconocida, así que no basta la aplicación del campo magnético para determinar e/m.

El haz que incide en el punto c puede retomar la trayectoria rectilínea que incide en b de la figura 2.27 si se aplica poco a poco el campo E. Cuando se logre esto, la fuerza eléctrica habrá cancelado a la magnética, es decir,

$$F_e = F_m \quad ; \quad Ee = Bve$$

de donde podemos despejar a la velocidad en función de variables conocidas como

$$v = \frac{E}{B} \tag{2-37}$$

La relación e/m puede determinarse si sustituimos (2-37) en (2-36), de lo que obtenemos

$$e/m = \frac{E}{B^2R} \tag{2-38}$$

Ejemplo 2.12 Supongamos que en el experimento de Thomson se aplicó un campo magnético de 1.5 mT que produjo un radio de curvatura de 5.1 cm. El campo eléctrico necesario para que el haz de rayos catódicos viajara en línea recta se obtuvo aplicando una diferencia de potencial de 200 V entre dos placas separadas por una distancia de 1 cm. Determine la relación e/m.

Solución Si hacemos uso de la ecuación (2-17) para calcular el campo eléctrico entre las placas, obtenemos

$$E = \frac{\Delta\phi}{d} = \frac{200\ \text{V}}{0.01\ \text{m}} = 20\,000\,\frac{\text{N}}{\text{C}}$$

el resultado del campo eléctrico en $\frac{\text{N}}{\text{C}}$ proviene de que

$$1\ \text{J} = (1\ \text{V})(1\ \text{C}) \quad \text{y} \quad 1\ \text{J} = (1\ \text{N})(1\ \text{m})$$

Sustituyendo E, B y R en la ecuación (2-38) se alcanza

$$\frac{e}{m} = \frac{2 \times 10^4\ \text{N/C}}{(1.5 \times 10^{-3}\ \text{T})^2 5.1 \times 10^{-2}\ \text{m}} = 1.743 \times 10^{11}\ \text{C/kg}$$

PROBLEMA 2.14 Verifique si en el último paso del ejemplo 2.12 hay congruencia de unidades.

De acuerdo con el trabajo experimental más reciente, el valor de e/m es

$$\boxed{e/m = 1.7588 \times 10^{11}\ \text{C/kg}} \tag{2-39}$$

PROBLEMA 2.15 ¿Cuál es la velocidad de un electrón al entrar en un campo magnético de 2 mT si la fuerza magnética lo hace girar con un radio de 2 mm?

Respuesta $v = 7.03 \times 10^5$ m/s.

Esta relación puede compararse con aquella correspondiente a un ion H^+ en disolución. Un equivalente de H^+ pesa 1.008 g y transporta, de acuerdo con Faraday, una carga de 96 490 C, por lo que su relación e/m es de 95 724 C/g = $= 9.5724 \times 10^7$ C/kg. Vemos que el valor de e/m para el protón es 1837 veces menor que aquél para el electrón. Así, si ambos tuvieran la misma masa, la carga del electrón sería 1837 veces mayor que la del ion H^+, lo que viola que e es la carga fundamental. Por otra parte, si protón y electrón tuvieran igual carga, la masa del electrón sería $\frac{1}{1837}$ la del protón, lo cual resulta, como veremos, cierto. En 1906, J. J. Thomson se hace merecedor del premio Nobel de física.

En 1912, el mismo Thomson hizo interactuar iones positivos con campos eléctricos y magnéticos. El arreglo instrumental consiste en acelerar al ion mediante un campo eléctrico y hacerlo pasar por un campo magnético. Resulta claro de la fórmula (2-36) que si dos iones unipositivos que tienen diferentes masas entran al mismo campo magnético a idénticas velocidades, deben tener radios de curvatura diferentes. Mediante esta técnica, Thomson detectó dos diferentes radios de curvatura y, por tanto, dos diferentes masas para los átomos de neón, actualmente conocidos como isótopos ^{20}Ne y ^{22}Ne. En 1919, Francis William Aston (1877-1945) perfeccionó el aparato de Thomson, llamándole *espectrógrafo de masas*, mediante el cual logró determinar las masas atómicas con una certidumbre de cuatro cifras significativas; esto le valió ganar el premio Nobel de química en 1922.

Ejemplo 2.13 Dos iones de boro (B^+) entran a un campo magnético a la misma velocidad. Se sabe que uno de ellos es ^{10}B, con masa de 10.0129 uma, el que describe una trayectoria circular de radio $R = 20.02$ cm. El otro ion se mueve en una órbita mayor, con $R = 22.01$ cm. ¿Cuál es la masa de este último?

Solución En este caso podemos usar la ecuación (2-35), siendo m la masa del ion y e su carga (en valor absoluto). Rearreglando dicha ecuación tenemos

$$\frac{R}{m} = \frac{v}{eB}$$

y ya que v, B, e son las mismas para ambos iones de boro, sus relaciones R/m deben serlo también, es decir,

$$R_1/m_1 = R_2/m_2$$

Despejando la masa (m_2):

$$m_2 = \frac{R_2 m_1}{R_1} = \frac{(22.01\ \text{cm})(10.0129\ \text{uma})}{20.02\ \text{cm}}$$

$$m_2 = 11.008\ \text{uma}$$

2.4.2 Determinación de la carga del electrón

Una vez conocida la relación e/m de Thomson, sólo bastaba medir e para obtener m o medir m para obtener e. Muchos científicos se lanzaron a esta búsqueda. El mismo J. J. Thomson, en 1899, había medido la carga del electrón, obteniendo el resultado $e^* = 2.17 \times 10^{-19}$ C (* a sabiendas de que la carga del electrón es negativa, en lo sucesivo llamaremos e a su valor absoluto), el cual sólo es un valor aproximado, pero no correcto. Otros investigadores intentaron realizar, cuando menos, una medición indirecta de e. Como veremos, el valor obtenido de esta forma por Max Karl Ernst Ludwig Planck (1858-1947), en 1900, no fue malo ($e = 1.56 \times 10^{-19}$ C).

La primera medición directa y exacta de la carga del electrón fue hecha por Robert Andrews Millikan (1868-1953) en el periodo que va de 1909 a 1913.

El experimento de Millikan es un ejemplo claro de paciencia científica, pues involucraba mediciones sumamente delicadas que debieron repetirse una gran cantidad de veces. Millikan observaba el movimiento de pequeñas gotas de aceite cargadas eléctricamente y suspendidas en el aire. Las gotitas eran

ROBERT A. MILLIKAN (1868-1953)

influidas por un campo eléctrico que tendía a hacerlas subir, así como por el campo gravitacional de la Tierra, que las hacía caer. En el momento en que ambas fuerzas están balanceadas, se cumple $F_e = F_g$, es decir, empleando (2-6),

$$|Eq| = Mg$$

donde q y M son la carga y la masa de una gotita y E la magnitud del campo eléctrico aplicado. En todos los casos, Millikan encontró que la carga de las gotitas era siempre un múltiplo de

$$e = 1.591 \times 10^{-19}\ \text{C}, \quad \text{o sea,}$$

$$q = ne, \quad n = 1, 2, 3, \ldots \tag{2-40}$$

Por tanto, este resultado indica que la gota de aceite toma una carga igual al número de electrones adicionales o el número de electrones faltantes en la misma y entonces e es la carga de un electrón. El valor actualmente aceptado es

$$e = 1.6022 \times 10^{-19}\ \text{C}$$

lo que sustituido en (2-39) nos lleva a una masa para el electrón de

$$m = \frac{1.6022 \times 10^{-19}\ \text{C}}{1.7588 \times 10^{8}\ \text{C/g}} = 9.1095 \times 10^{-28}\ \text{g}$$

La ecuación (2-40) es aplicable para cualquier cuerpo cargado, lo cual nos indica que no cualquier valor de carga eléctrica es permitido, sino múltiplos enteros de la carga (o cuanto) fundamental e (véase Fig. 2.29).

Decimos entonces que la carga eléctrica está cuantizada.

Otro ejemplo de cuantización (aunque en este caso aproximada) lo constituyen las masas atómicas que, expresadas en uma, son prácticamente números enteros (véase Tabla 2.4).

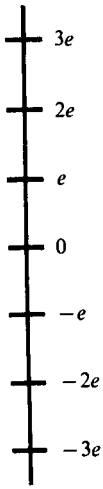


Figura 2.29 Posibles valores para la carga de un cuerpo.

NUM. DE MASA		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ATOMO	NUMERO ATOMICO										
Hidrógeno	1	1.007825	2.014	3.01605	—	—	—	—	—	—	—
Helio	2	—	—	3.01603	4.00260	5.0123	6.01888	—	8.0375	—	—
Litio	3	—	—	—	—	5.0125	6.01512	7.01600	—	—	—
Berilio	4	—	—	—	—	—	6.0197	7.0169	8.0053	9.01218	10.0135
Boro	5	—	—	—	—	—	—	—	8.0246	9.0133	10.0129

Tabla 2.4 Masas de los átomos (en uma) con un máximo de 10 partículas en su núcleo.

En lo que resta de este capítulo analizaremos cómo fueron introducidas cuantizaciones similares para otras variables fundamentales de la física, lo que dio a luz a la teoría cuántica.

2.5 LA RADIACION ELECTROMAGNETICA COMO MOVIMIENTO ONDULATORIO

Ya que la presentación de la teoría cuántica tiene lugar en fenómenos donde la luz interactúa con la materia, conviene analizar lo que entendemos por «naturaleza ondulatoria de la luz».

En el año 1864, James Clerk Maxwell (1831-1879) encontró una teoría dinámica del campo electromagnético que unificaba varias leyes existentes sobre la electricidad, las cuales conviene comentar.

En la sección 2.3 apenas tocamos el punto referente a la dinámica de un sistema de cargas cuando hablamos del concepto de campo magnético. Resulta obvio que cuando una carga se mueve, el campo eléctrico que produce (véanse Figs. 2.9 y 2.10) también se traslada con ella. Debido a esto, a cada momento, en cada punto del espacio va variando el campo eléctrico. Es decir, en electrodinámica, E se convierte en una función de las coordenadas espaciales y del tiempo: $E(x, y, z, t)$. Ahora bien, un campo eléctrico que cambia con el tiempo produce un campo magnético (ley de Ampère); de allí que una brújula se oriente en la cercanía de un cable conductor. En forma similar, un campo magnético cambiante crea un campo eléctrico (ley de Faraday). Ambas leyes estaban incluidas en la teoría de Maxwell.

Lo que aquí nos interesa es que las ecuaciones de Maxwell predecían la existencia de ondas electromagnéticas que viajarían a la velocidad de la luz ($c = 2.997925 \times 10^8$ m/s). Dichas ondas fueron observadas, por primera vez en laboratorio, 23 años más tarde por Heinrich Hertz (1857-1894). Pero debemos preguntarnos:

2.5.1 ¿Qué es una onda electromagnética?

Estamos familiarizados con otros movimientos ondulatorios cotidianos, como pueden ser la onda creada por una piedra lanzada a un estanque o aquélla donde una cuerda vibra al ser pulsada e induce una onda sonora.

En ambos casos, se presentan dos características:
1) Se propaga energía a puntos distantes; y
2) la perturbación viaja a través del medio sin desplazarlo en la dirección de su movimiento.

En el caso del estanque, la perturbación es la altura del nivel del agua respecto a su nivel normal. En la cuerda es la amplitud de la vibración.

Reformulando nuestra pregunta: ¿Cuál es la perturbación ondulatoria en el caso de una onda electromagnética? La respuesta es: *un campo eléctrico y un campo magnético.* Una onda electromagnética no mueve un medio como el agua o la cuerda, sino simplemente, consiste en un campo eléctrico y uno magnético oscilantes. Supongamos, por ejemplo, que el campo eléctrico sólo oscila a lo largo de la dirección x (en el plano del papel). Entonces, $E(x, t)$ tomaría diferentes valores en cada punto y a cada momento. Para un tiempo $t = 0$, imaginemos que $E(x, 0)$ fuese una onda tipo seno (véase Fig. 2.30).

De acuerdo con la figura, el vector campo eléctrico sería máximo para los puntos $x = \frac{\lambda}{4}, -\frac{3\lambda}{4}$ y, por tanto, de existir alguna carga positiva en estos puntos, ésta sentiría una fuerza eléctrica máxima hacia arriba. Por el contrario, si la carga estuviera en $x = -\frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}$ la fuerza sería de la misma magnitud pero hacia abajo. Finalmente, una carga en $x = 0, \pm\frac{\lambda}{2}, \pm\lambda$ no sentiría fuerza alguna, pues allí el campo eléctrico es nulo.

La ecuación matemática de la senoide de la figura 2.30 es

$$f(x) = E(x, 0) = A \operatorname{sen} \frac{2\pi}{\lambda} x \qquad \textbf{(2-41)}$$

donde A es la amplitud de la onda y corresponde al valor máximo del campo eléctrico. λ es la longitud de onda, la distancia en la que la onda tiene una oscilación completa.

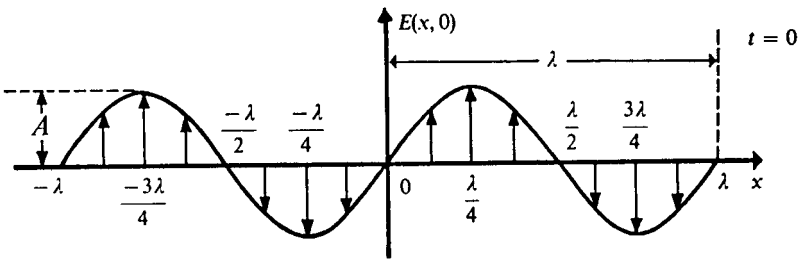


Figura 2.30 Onda sinusoidal. λ corresponde a la longitud de onda y A a la amplitud de la misma.

Hay que recordar que la onda se mueve, así que transcurrido cierto tiempo, t, dado que viaja a la velocidad c, se habrá desplazado una distancia ct (véase Fig. 2.31).

Respecto al origen 0′, la ecuación de la onda $E(x, t)$ es una senoide. Representando por X a la coordenada de cualquier punto medida desde 0′, tenemos que

$$f(X) = E(x, t) = A \operatorname{sen} \frac{2\pi}{\lambda} X \tag{2-42}$$

Pero como

$$X = x - ct \tag{2-43}$$

la onda al tiempo t puede escribirse como función de x sustituyendo (2-43) en (2-42),

$$E(x, t) = A \operatorname{sen} \frac{2\pi}{\lambda} (x - ct) \tag{2-44}$$

En la figura 2.31 puede observarse que la traslación de la onda un poco más a la derecha lleva a que vuelvan a coincidir los perfiles. Al tiempo en el que esto ocurre, es decir, el tiempo para el cual la onda se ha movido una distancia λ a su derecha, se le conoce como periodo τ. El periodo satisface la relación

$$c\tau = \lambda \tag{2-45}$$

Siendo τ el tiempo que toma trasladarse una longitud de onda, su inversa es el número de longitudes de onda que se trasladan por unidad de tiempo, variable conocida como frecuencia, ν:

$$\frac{1}{\tau} = \nu$$

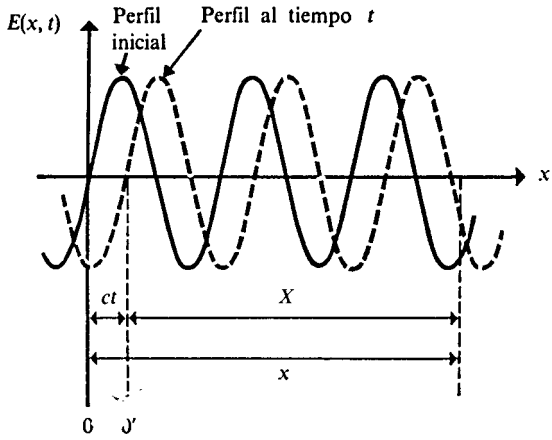


Figura 2.31 Movimiento de una onda después de un tiempo t.

donde ν se expresa en ciclos por segundo (hertzio = Hz) o bien, simplemente, en s^{-1}.

Combinando la última ecuación con (2-45) obtenemos

$$\boxed{c = \lambda\nu} \tag{2-46}$$

Esta es una relación fundamental que indica que la velocidad de propagación es claramente igual a la distancia de un ciclo por el número de ciclos que se trasladan por segundo.

Sustituyendo (2-46) en (2-44), la ecuación para una onda sinusoidal de campo eléctrico en función de λ y ν es

$$\boxed{E(x, t) = A \operatorname{sen} 2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \nu t\right)} \tag{2-47}$$

Ejemplo 2.14 λ es la distancia por cada oscilación, así que su inversa, $\bar{\nu}$ (léase ν con raya) es el número de oscilaciones en la unidad de distancia

$$\bar{\nu} = \frac{1}{\lambda} \tag{2-48}$$

donde $\bar{\nu}$ se conoce como número de onda.

Calcule el número de onda y la longitud de onda para la radiación electromagnética con frecuencia $\nu = 6 \times 10^{12}\ s^{-1}$ (o bien Hz).

Solución Despejando λ de (2-46):

$$\lambda = \frac{c}{\nu} \tag{2-49}$$

y sustituyéndola en (2-48) obtenemos que $\bar{\nu}$ es proporcional a ν:

$$\bar{\nu} = \frac{\nu}{c} \tag{2-50}$$

Sustituyendo valores:

$$\bar{\nu} = \frac{6 \times 10^{12}\ s^{-1}}{3 \times 10^{8}\ ms^{-1}} = 2 \times 10^{4}\ m^{-1}$$

Cabrían entonces 20 000 oscilaciones (o ciclos) de esta onda en un metro.

La longitud de onda se obtendría de (2-48) como

$$\lambda = \frac{1}{\bar{\nu}} \tag{2-51}$$

$$\lambda = \frac{1}{2 \times 10^{4}\ m^{-1}} = 5 \times 10^{-5}\ m = 50\ \mu m$$

Ejemplo 2.15 Obtenga la ecuación de una onda eléctrica sinusoidal cuyo valor máximo es de 2×10^{6} N/C, la cual tiene un millón de oscilaciones en 1 cm.

Solución La ecuación será la (2-47) con $A = 2$ MN/C, restando conocer λ y ν. El dato del enunciado es el número de onda

$$\bar{\nu} = 1 \times 10^{6}\ cm^{-1} = 1 \times 10^{8}\ m^{-1}$$

De (2-51) y (2-50):

$$\lambda = \frac{1}{\bar{\nu}} = 1 \times 10^{-8}\ \text{m}$$

$$\nu = c\bar{\nu} = (3.0 \times 10^{8}\ \text{ms}^{-1})(1 \times 10^{8}\ \text{m}^{-1}) = 3 \times 10^{16}\ \text{s}^{-1}$$

Si sustituimos los resultados en (2-47), tenemos

$$E(x, t) = 2 \operatorname{sen} 2\pi\left(\frac{x}{10^{-8}} - 3 \times 10^{16} t\right)$$

Donde al sustituir x en metros y t en segundos se obtiene E en MN/C.

PROBLEMA 2.16 Calcule la fuerza eléctrica que se ejerce sobre un electrón que se encuentra en la coordenada $x = 1$ Å después de un tiempo $t = 20$ as, si $E(x, t)$ está dado como en el ejemplo anterior.

Respuesta $E = 1.07$ MN/C, $F_e = 1.714 \times 10^{-13}$ N (opuesta al campo eléctrico).

PROBLEMA 2.17 Cuando se aniquilan un electrón y un positrón, se emite una radiación electromagnética de muy alta frecuencia $\nu = 2.5 \times 10^{20}\ \text{s}^{-1}$. Calcule λ, $\bar{\nu}$ y τ para esta radiación.

Respuesta $\lambda = 0.012$ Å, $\bar{\nu} = 83.3\ \text{Å}^{-1}$, $\tau = 4 \times 10^{-21}$ s.

PROBLEMA 2.18 Un átomo de hidrógeno puede emitir radiación electromagnética después de que se le excita. Curiosamente, siempre emite ondas con ciertas longitudes de onda características, y no otras. Por ejemplo, un átomo de hidrógeno puede emitir radiación con longitudes de onda

$$\lambda_1 = 1216\ \text{Å} \quad \text{y} \quad \lambda_2 = 1026\ \text{Å}$$

pero nunca valores intermedios. Calcule ν, $\bar{\nu}$ y τ para estas ondas.

Respuesta $\bar{\nu}_1 = 8.224 \times 10^{5}\ \text{m}^{-1}$, $\nu_1 = 2.466 \times 10^{15}\ \text{s}^{-1}$, $\tau = 0.0406$ as
$\bar{\nu}_2 = 9.747 \times 10^{5}\ \text{m}^{-1}$, $\nu_1 = 2.922 \times 10^{15}\ \text{s}^{-1}$, $\tau = 0.0342$ as

Aunque en la descripción previa hemos omitido el campo magnético oscilante, cabe aclarar que éste también oscila en una onda electromagnética con la misma frecuencia que el campo eléctrico, pero en una dirección perpendicular a éste, lo que se ilustra en la figura 2.32.

Vale la pena aclarar que la fuerza magnética producida sobre una carga es mucho menor a la eléctrica, de forma tal que su efecto frente a esta última puede despreciarse.

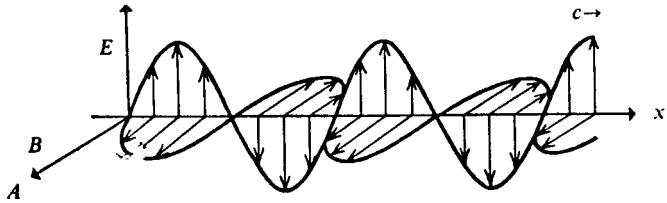


Figura 2.32 Oscilación de los campos eléctrico y magnético en una onda electromagnética.

Veamos ahora el efecto que tiene una onda electromagnética sobre una carga prueba en cierta posición del espacio que atraviesa la onda. En la figura 2.33 se ha representado el movimiento de la onda $E(x, t)$ desde el tiempo $t = 0$ hasta el tiempo $t = \tau$, cuando el perfil de la onda vuelve a coincidir con el

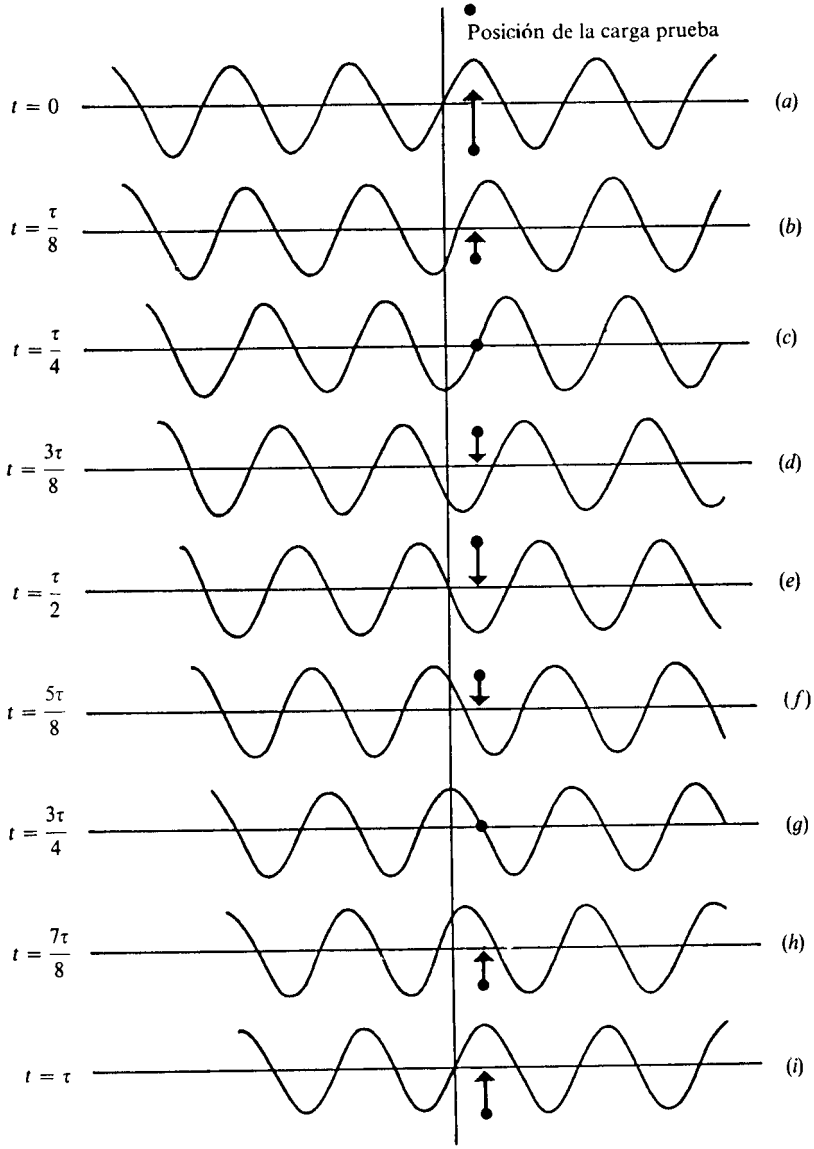


Figura 2.33 Periodo completo de oscilación de una onda de campo eléctrico. En cada punto se ha c[illegible]cado sobre la carga prueba un vector cuya magnitud corresponde exactamente a[illegible] campo en $x = \lambda/4$. τ corresponde al periodo de oscilación.

inicial. La carga prueba se ha colocado en el punto $x = \frac{\lambda}{4}$, de tal manera que al tiempo $t = 0$ experimenta una fuerza máxima hacia arriba (*a*). En (*b*) la carga se ha empezado a mover y sigue actuando sobre ella una fuerza menor, pero en la misma dirección. En el diagrama (*c*) la carga sigue subiendo, pero no actúa sobre ella ninguna fuerza eléctrica. A partir de este punto, la carga empieza a sentir una fuerza (*d*) que frena su trayectoria ascendente, la cual se detiene en (*e*), donde inicia su descenso hasta alcanzar en (*i*) su posición inicial.

En la figura 2.34 se especifican las posiciones de la carga durante el movimiento de la onda.

Por tanto, una carga entra en un movimiento oscilatorio en presencia de una onda electromagnética. Eso es, precisamente, lo que sucede en una antena de radio y televisión. Las ondas enviadas desde la emisora producen oscilaciones en los electrones del metal de la antena. Algo similar ocurre con un corcho que flota en la superficie del agua al pasar una onda en ella.

Es claro que una onda electromagnética transporta energía de un lugar a otro, pues puede producir movimiento sobre una carga eléctrica colocada a su paso.

El fenómeno inverso también ocurre; una carga oscilante produce en el espacio un campo eléctrico y un campo magnético que viajan a la velocidad de la luz, es decir, genera una onda electromagnética.

En general, cualquier carga bajo aceleración (por ejemplo, aquélla a la que se somete a un movimiento circular) produce ondas electromagnéticas, con lo que pierde energía. Este es un principio importante de la electrodinámica clásica.

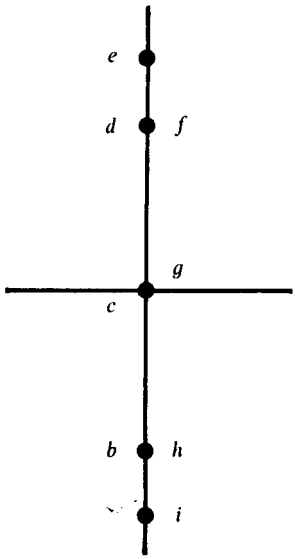


Figura 2.34 Movimiento oscilatorio de una carga con el paso de un periodo de una onda electromagnética.

2.5.2 Espectro electromagnético

Las ondas electromagnéticas cubren un intervalo enorme de longitudes de onda y frecuencia. Las hay desde aquéllas con λ de varios kilómetros (10^3 m), hasta otras con λ del orden de picómetros (10^{-12} m). Debido a este amplio *espectro* de radiaciones y a las diferentes aplicaciones de acuerdo con sus frecuencias, se acostumbra clasificar a las ondas electromagnéticas en diversos grupos. La división entre cada grupo no es del todo precisa y cambia ligeramente de texto a texto.

A continuación presentamos una clasificación de las más usuales:

a) Ondas de radiofrecuencia

Tienen longitudes de onda desde varios kilómetros hasta 0.3 m. Sus frecuencias, de acuerdo con (2-46), varían desde unos cuantos kHz hasta 10^9 Hz.
Estas son las ondas que se emplean en transmisiones de televisión y radio; son generadas electrónicamente, mediante circuitos donde oscila la corriente.

b) Microondas

Intervalo de λ: de 0.3 a 10^{-3} m.
Intervalo de ν: 10^9 Hz a 3×10^{11} Hz.
Estas ondas son designadas también como de ultra alta frecuencia (siglas UHF en inglés, por comparación con las de radiofrecuencia) e igualmente, son producidas por dispositivos electrónicos. Se emplean en radares y otras formas de telecomunicación. Permiten el estudio del movimiento rotacional de las moléculas.

c) Infrarrojo

Intervalo de λ: de 10^{-3} m a 7.8×10^{-7} m (7800 Å).
Intervalo de ν: de 3×10^{11} Hz a 4×10^{14} Hz.
Estas ondas son producidas por cuerpos calientes. Permiten el estudio de los movimientos vibracionales de las moléculas. Por comodidad se le acostumbra subdividir en
Infrarrojo lejano: λ de 10^{-3} m a 3×10^{-5} m.
Infrarrojo medio: λ de 3×10^{-5} m a 3×10^{-6} m.
Infrarrojo cercano: λ de 3×10^{-6} m a 7800 Å.

d) Visible

Lo constituye la radiación dentro de un pequeño intervalo de longitudes de onda, las que pueden ser detectadas por la retina humana. Comúnmente se le conoce como «luz».
Intervalo de λ: de 7.8×10^{-7} m a 3.8×10^{-7} m.
Intervalo de ν: 4×10^{14} Hz a 8×10^{14} Hz.

Se produce por cambios en los estados de átomos y moléculas, principalmente debidos a rearreglos electrónicos de baja energía. La importancia del estudio de este tipo de radiación es obvia. La óptica se encarga de buena parte de su estudio. La sensación producida en la retina se interpreta en el cerebro como color, el que varía de acuerdo con la longitud de onda.
En la tabla 2.5 presentamos una subdivisión de la luz visible en los colores percibidos por personas promedio, según su λ o ν.

COLOR	λ (Å)	ν (Hz) $\times 10^{-14}$
Rojo	7800-6220	3.84-4.82
Naranja	6220-5970	4.82-5.03
Amarillo	5970-5770	5.03-5.20
Verde	5770-4920	5.20-6.10
Azul	4920-4550	6.10-6.59
Violeta	4550-3800	6.59-7.89

Tabla 2.5 Colores y su intervalo de longitudes de onda y frecuencia.

e) Ultravioleta

Intervalo de λ: 3.8×10^{-7} m a alrededor de 10^{-9} m.
Intervalo de ν: 8×10^{14} Hz a 3×10^{17} Hz.
Las descargas eléctricas producidas sobre átomos o moléculas son una fuente de esta radiación. Permite el estudio de las transiciones electrónicas de energía media en sistemas atómicos o moleculares.
Proveniente del Sol, la radiación ultravioleta alcanza la Tierra. Gran parte de ella es absorbida en las capas más altas de la atmósfera, produciendo iones (de allí el nombre de ionosfera). A pesar de ello, cierta proporción alcanza la superficie terrestre, la que es responsable de las quemaduras producidas «por el sol». Es, por tanto, peligrosa para el hombre.

f) Rayos X

Intervalo de λ: desde aproximadamente 10^{-9} m hasta alrededor de 6×10^{-12} m.
Intervalo de ν: entre 3×10^{17} Hz y 5×10^{19} Hz.
Esta radiación fue descubierta en 1895 por Wilhelm Conrad Roentgen (1845-1923), proveniente de los electrones más cercanos a los núcleos atómicos. Al final de la sección 2.8 se estudia una fuente de producción de rayos X, y en la sección 9.2.1 su empleo para obtener distancias interatómicas en sólidos. Sus aplicaciones en medicina son ampliamente conocidas, aunque debe tomarse en cuenta que sólo son factibles breves exposiciones a esta radiación, pues una exposición

prolongada puede destruir completamente los tejidos o provocar lesiones genéticas de consecuencias irreversibles.

g) Rayos γ

En general, se acostumbra definir a esta radiación en un intervalo que se sobrepone al citado para los rayos X.
Intervalo de λ: desde aproximadamente 10^{-10} m hasta por debajo de 10^{-14} m.
Intervalo de ν: de 3×10^{18} Hz a más de 3×10^{22} Hz.
Son producto de procesos nucleares. La absorción de rayos γ produce excitación y transformaciones en los núcleos. Se les conoció, como se verá en la sección 2.10, como producto del decaimiento radiactivo de ciertos núcleos inestables.
La radiación cósmica contiene ondas de mayor frecuencia, lo que puede provocar, de acuerdo con la teoría de la relatividad, que la energía de esta radiación se convierta en masa, produciéndose partículas y antipartículas. Debido a esto, los rayos cósmicos que llegan a la Tierra van acompañados de toda una lluvia de partículas. Para el hombre son aún más peligrosos que los rayos X. En la figura 2.35 se representa todo el espectro electromagnético en una escala logarítmica.

PROBLEMA 2.19 Sitúe dentro del espectro electromagnético a las radiaciones con los siguientes periodos o números de onda. Si corresponden a la luz visible, indique el color.

a) $\bar{\nu} = 10^{-4}\ \mathrm{m}^{-1}$ *c)* $\bar{\nu} = 9 \times 10^{5}$ m *e)* $\tau = 10^{-21}$ s
b) $\bar{\nu} = 10^{4}\ \mathrm{m}^{-1}$ *d)* $\tau = 2 \times 10^{-15}$ s *f)* $\tau = 10^{-13}$ s

2.6 TRANSFERENCIA DE ENERGIA A TRAVES DE LA RADIACION

El hecho de que la energía térmica puede transferirse en forma radiante es un fenómeno común para cualquiera que haya observado un calentador o parrilla eléctrica. Aun un momento después de ser conectado, cuando la resistencia no ha tomado su coloración rojiza o naranja característica, el tacto basta para detectar el calor emitido en forma de radiación. Este fenómeno se produce aunque entre la fuente de radiación y el detector no exista más que el vacío, es decir, se elimine el aire (que pudiera suponerse como el medio transmisor).

Supongamos un cuerpo caliente que se coloca dentro de un recipiente cerrado y aislado, según se indica en la figura 2.36, el cual se ha evacuado completamente. El cuerpo y el recipiente, inicialmente más frío, no se encuentran en contacto directo si la cuerda de la que pende el primero es perfectamente aislante. Bajo estas circunstancias, el calor no puede transmitirse ni por conducción (por contacto directo a través de un sólido), ni por convección (a través del flujo generado en un líquido o en un gas al variar localmente su

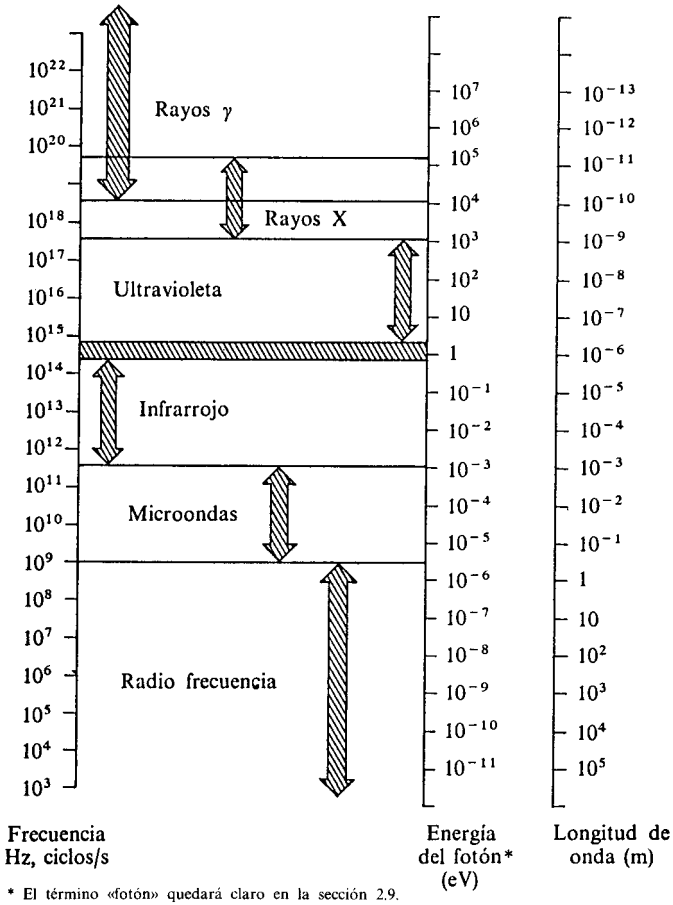


Figura 2.35 Espectro electromagnético.

densidad por el calentamiento). A pesar de esto, esperando el tiempo suficiente, se encuentra que, al estado final, los dos cuerpos poseen la misma temperatura. Esta es, además, intermedia entre las temperaturas iniciales del cuerpo caliente y el recipiente. Entonces, ha habido transferencia de calor mediante otro

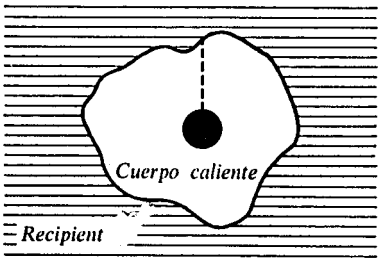


Figura 2.36 Un cuerpo caliente emite energía en forma de radiación, la cual atraviesa el vacío, hasta que se alcanza el equilibrio térmico con la pared del recipiente.

proceso diferente a conducción o convección. A éste se le conoce como emisión y absorción de *radiación* electromagnética.

El fenómeno descrito no fue descubierto sino hacia principios del siglo XIX, cuando empezó a ser investigado. Su importancia es fundamental, pues constituye una forma de transportar energía.

Hay que tener presente que sólo existen dos formas de enviar energía de un punto a otro del espacio, ya sea mandando una partícula o una onda. Si deseamos llamar la atención a otra persona alejada de nosotros podemos lanzarle un objeto (partícula), gritarle (ondas de sonido), hacerle señas (ondas luminosas) y, si es posible, telefonearle (ondas eléctricas a través de un cable) o enviarle un mensaje por radio (ondas electromagnéticas). Vemos, pues, que las partículas y las ondas constituyen las únicas formas clásicas para comunicarse. Hay que recalcar que los medios modernos de comunicación existen gracias a los estudios iniciados el siglo pasado sobre la radiación electromagnética, siendo fundamental, como ya se ha citado en la sección 2.5, la contribución de Maxwell, en 1864.

En esta sección y la siguiente dirigiremos la atención hacia las investigaciones que se realizaban sobre la interacción radiación-materia: la absorción y emisión de radiación electromagnética.

En 1860, Gustav Robert Kirchhoff (1824-1887) demostró un teorema sobre la energía absorbida y emitida por los cuerpos y lanzó un reto a los científicos de su tiempo. Esto es de particular interés para nosotros, pues la respuesta al reto de Kirchhoff fue obtenida en 1900 por Max Planck, que dio origen a la *teoría cuántica*. Cuando Max Planck ingresó en la Universidad de Munich, en 1875, no estaba seguro si estudiaría música, física o idiomas. Un profesor le aconsejó que evitara la física puesto que ya nada nuevo podía ser descubierto. ¡Qué equivocado estaba dicho profesor!

Cualquier sólido absorbe cierta fracción, a_λ, de la radiación de cierta longitud de onda λ que incide sobre su superficie y refleja el resto. a_λ se conoce como el coeficiente de absorción del sólido y depende del material en cuestión y las características de su superficie.

Kirchhoff reconoció la importancia de cualquier cuerpo para el cual $a_\lambda = 1$, pues en este caso la totalidad de la radiación incidente sería absorbida, para cualquier longitud de onda. A un objeto con esta característica se le conoce como *cuerpo negro*.

Kirchhoff estaba interesado en el estudio de sistemas donde los cuerpos estuvieran en equilibrio con la radiación a cierta temperatura T. Dicho equilibrio implica que la radiación absorbida fuera idéntica a la emitida (en el mismo tiempo) conservándose el sistema a temperatura constante. Denominaremos E_λ a la energía radiante emitida por unidad de área, tiempo y unidad de intervalo de λ. Es decir, E_λ es grande para las longitudes de onda que se emitan preferentemente y pequeña para aquellas radiaciones de longitud de onda emitidas en menor proporción. Para aclarar más aún este concepto, vale

la pena indicar que el color de la resistencia de una parrilla es rojo-naranja porque, de la luz visible, se emite sobre todo radiación correspondiente a esas longitudes de onda. Un metal se pone «al rojo vivo» por la misma razón y, cuando se aumenta más la temperatura, llega a verse blanco, lo que indica que se están emitiendo por igual todas las longitudes de onda del espectro visible. Desde un punto de vista matemático, más formal, $E_\lambda d\lambda$ corresponde a la energía emitida, por unidad de área y tiempo, como radiación con longitudes de onda entre λ y $\lambda + d\lambda$.

Pues bien, el teorema de Kirchhoff de 1860 indica que el cociente

$$\boxed{\frac{E_\lambda}{a_\lambda} = J(\lambda, T)} \qquad \textbf{(2-52)}$$

donde $J(\lambda, T)$, conocida como *potencia emisiva de la longitud de onda* λ a la temperatura T, no depende en absoluto de las características del cuerpo emisor.

Indicaba Kirchhoff:

> «*Hallar esta función (J) es una tarea sumamente importante. Se prevén grandes dificultades en el proceso de su obtención experimental. Sin embargo, existen razones para esperar que pueda ser determinada por el experimento, ya que sin duda tiene una forma simple como la de todas las funciones que no dependen de las propiedades particulares de los cuerpos con las que nos hemos topado hasta la fecha.*»

Para un cuerpo negro, un perfecto absorbente de radiación, como $a_\lambda = 1$, resulta que la energía E_λ dependería sólo de la longitud de onda (para una temperatura fija):

$$E_\lambda = J(\lambda, T) \qquad \textbf{(2-53)}$$

El reto de Kirchhoff había sido planteado: *encuéntrese E_λ para un cuerpo negro.* Como se previó, las dificultades experimentales fueron enormes.

En 1879, Josef Stefan (1835-1893) sugirió, a partir de datos obtenidos, que la energía total irradiada por cuerpos calientes es proporcional a la cuarta potencia de la temperatura. Cinco años más tarde, Ludwig Boltzmann (1844-1906) demostró que la conjetura de Stefan era cierta sólo para el cuerpo negro. La ecuación

$$J_t = \sigma T^4, \qquad \textbf{(2-54)}$$

donde J_t es la energía total irradiada por unidad de área y tiempo (también llamada potencia emisiva)[9] y σ, una constante de proporcionalidad ($\sigma = 5.6728 \times \times 10^{-8}$ $\mathrm{Wm^{-2}\ K^{-4}}$), se conoce como la *ley de Stefan-Boltzmann.*

[9] Poter[illegible] se define como energía por unidad de tiempo. De aquí que la potencia emisiva tenga las unidades de potencia (1 W = 1 J/s) por unidad de área.

Ejemplo 2.16 Encuentre la potencia emisiva de un cuerpo negro para: *a)* 100 K; *b)* 1000 K, y *c)* 2000 K.

Solución

a) Por la ley de Stefan-Boltzmann [Ec. (2-54)]

$$J_t = (5.6728 \times 10^{-8}\ \mathrm{Wm^{-2}\ K^{-4}})(100\ \mathrm{K})^4$$
$$J_t = 5.6728\ \mathrm{Wm^{-2}}$$

b) Para 1000 K el resultado es 10 000 veces mayor:

$$J_t = 56\,728\ \mathrm{Wm^{-2}}$$

c) Para 2000 K:

$$J_t = 907\,648\ \mathrm{Wm^{-2}}$$

PROBLEMA 2.20 Para darnos una idea de la magnitud de los resultados del ejemplo, supóngase que la radiación emitida en un segundo por un área de 1 m^2 se emplea para dar energía cinética a un coche con masa de una tonelada. ¿Hasta qué velocidad se podría llevar el coche para cada una de las emisiones a 100, 1000 y 2000 K?

Respuesta

a) $v = 0.107$ m/s $= 0.385$ km/h
b) $v = 10.7$ m/s $= 38.5$ km/h
c) $v = 42.6$ m/s $= 153.4$ km/h

Es claro que una superficie de 1 m^2 emite por segundo una gran cantidad de calor como energía radiante a 2000 K.

Ejemplo 2.17 Para cuerpos diferentes al negro se establece un factor de relación, al que se denomina emisividad ε ($\varepsilon = 1$ para el cuerpo negro) y nos indica qué tan cerca o alejado es el comportamiento de un objeto respecto al modelo teórico. Así, tenemos la siguiente tabla con las emisividades de algunos objetos.

	T (°C)	(ε)
Papel	20	0.93
Agua	20	0.95
Filamento de tungsteno	2600	0.39
Piel humana	37	0.97

De acuerdo con esto, siempre y cuando el objeto que emite energía sea pequeño en comparación con su contorno, se puede calcular J_t como la potencia de emisión del cuerpo menos la de su entorno (que es la que el cuerpo absorbe). Suponiendo la misma emisividad para el objeto y sus alrededores, tenemos

$$J_t = \varepsilon\sigma(T_1^4 - T_2^4)$$

donde T_1 es la temperatura de emisión (K) y T_2 la del receptor (K). Así, por ejemplo, podemos conocer la intensidad de la radiación emitida por el cuerpo humano si éste se encuentra en una habitación a 10 °C. Entonces,

$$T_1 = 37\ ^\circ\mathrm{C} = 410\ \mathrm{K},\ T_2 = 10\ ^\circ\mathrm{C} = 283\ \mathrm{K}\ \text{y}$$
$$J_t = \varepsilon\sigma(T_1^4 - T_2^4) = 0.97\,(5.6728 \times 10^{-8}\ \mathrm{W/m^2\ K^4}) \times$$
$$\times\ [(310\ \mathrm{K})^4 - (283\ \mathrm{K})^4] = 155.22\ \mathrm{W/m^2}$$

El área de una persona (70 kg de peso y 1.70 m de altura) es aproximadamente 1.53 m^2; por tanto, tenemos que la energía emitida por unidad de tiempo es

$$P_t = 155.22 \text{ W/m}^2 (1.53 \text{ m}^2) = 237.5 \text{ W}$$

Ya que para un cuerpo negro $E_\lambda d\lambda$ es la potencia emisiva de la radiación con longitud de onda en el intervalo entre λ y $\lambda + d\lambda$, la suma de estas cantidades para toda λ será la potencia emisiva total. Dicha suma se expresaría por la integral

$$J_t = \int_0^\infty E_\lambda \, d\lambda \tag{2-55}$$

Como vemos, la ley de Stefan-Boltzmann daba una característica importante de la función buscada: su integral debía ser igual a σT^4, lo que es claro al combinar las ecuaciones (2-54) y (2-55).

Una de las mayores dificultades experimentales para hallar la función de Kirchhoff consistió en encontrar un cuerpo negro, lo cual no fue enteramente posible sino hacia 1895.

Una muy buena aproximación a un cuerpo negro es una cavidad completamente cerrada excepto por una pequeña apertura, de área conocida, a través de la cual la radiación puede entrar o salir.

La radiación que entrase tendría muy poca probabilidad de ser reflejada inmediatamente, lo cual implicaba que $a_\lambda \simeq 1$. En el interior de la cavidad, la radiación podría absorberse o reflejarse en las paredes repetidas veces. Como el cuerpo se mantiene a una temperatura fija, las paredes estarían absorbiendo radiación a la misma rapidez que emitiéndola, o sea, que existiría equilibrio entre la radiación y las paredes de la cavidad. Así, la radiación que saliera por la apertura, la cual se mediría, sería representativa de la que se encontrase en el interior (véase Fig. 2.37).

Para un cuerpo negro con esas características, podría hablarse de la energía radiante por unidad de volumen o *densidad de energía u*, la cual está conectada con la potencia emisiva por una relación simple:

$$u = \frac{4J_t}{c} \tag{2-56}$$

donde c es la velocidad de la luz. Sustituyendo (2-54) en (2-56), la ley de Stefan-Boltzmann quedaría expresada como

$$u = \frac{4}{c}\sigma T^4 = \alpha T^4 \tag{2-57}$$

donde se ha definido

$$\alpha = \frac{4}{c}\sigma = 7.5688 \times 10^{-16} \, J \, m^{-3} \, K^{-4}$$

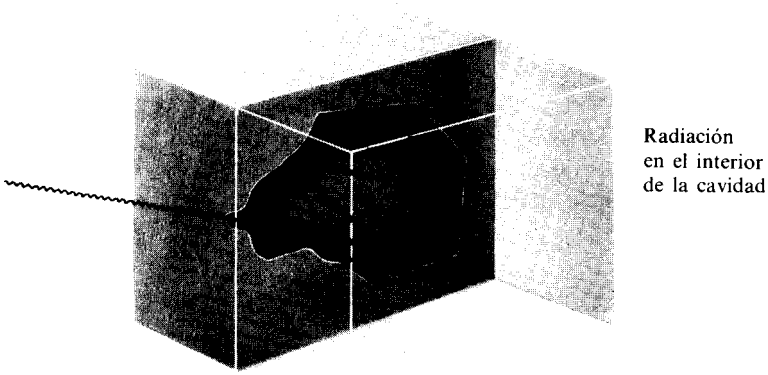


Figura 2.37 Una cavidad es una buena aproximación a un cuerpo negro.

Como es más cómodo y entendible este concepto de la densidad de energía en la cavidad, usaremos también la densidad de energía por unidad de intervalo de λ:

$$u_\lambda = \frac{4E_\lambda}{c} \tag{2-58}$$

en lugar de la potencia emisiva E_λ. El problema planteado por Kirchhoff se reduce entonces a hallar la forma funcional para la densidad de energía u_λ.

2.7 SOLUCION PARA EL PROBLEMA DE LA RADIACION DEL CUERPO NEGRO

En 1893, Wilhelm Wien (1864-1928) encuentra que u_λ es una función que tiene un valor máximo para una longitud de onda inversamente proporcional a la temperatura:

$$\boxed{\lambda_m = \frac{\beta}{T}} \tag{2-59}$$

relación que se conoce como *ley de desplazamiento de Wien.* La figura 2.38 muestra la forma que toma la función u_λ a tres diferentes temperaturas.

Además, en 1896, Wien propone la siguiente forma para u_λ:

$$u_\lambda^W = C_1 \lambda^{-5} \frac{1}{e^{C_2/\lambda T}} \tag{2-60*}$$

* u_λ^W corresponde a la densidad de energía de Wien; asimismo, u_λ^P será la de Planck y u_λ^{RJ} la de Rayleigh-Jeans.

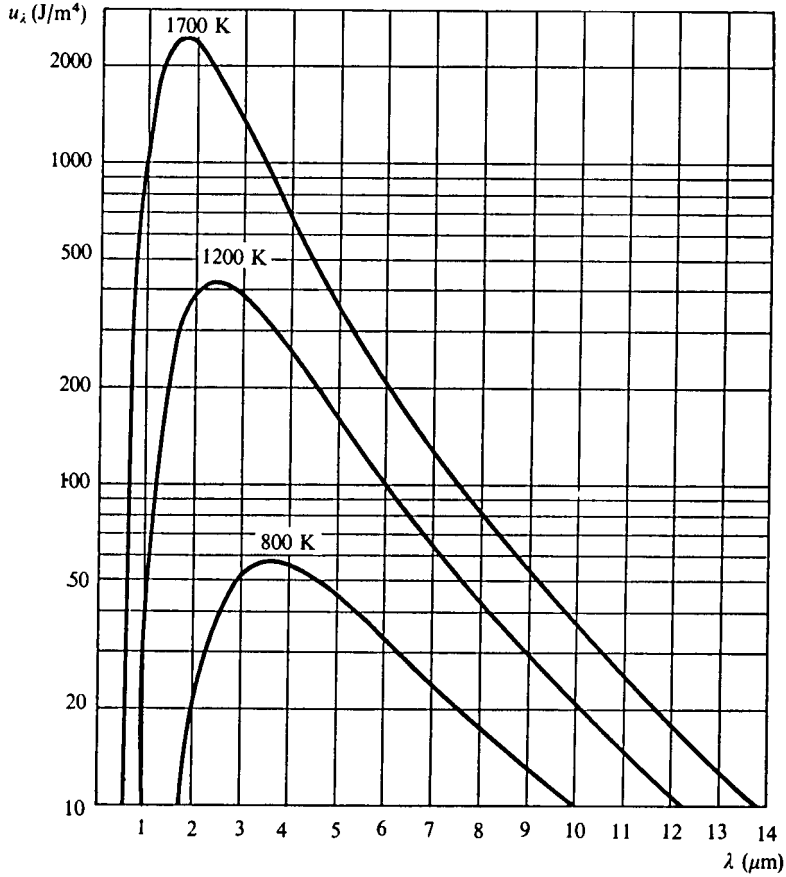
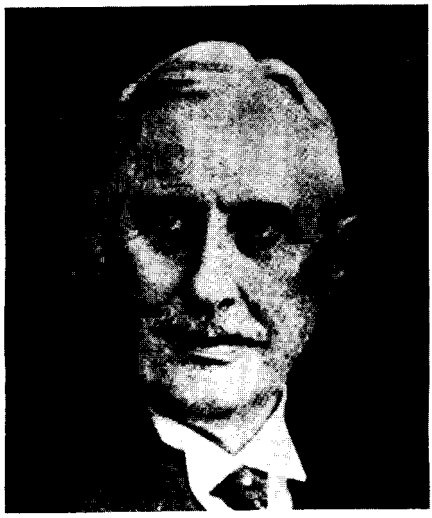


Figura 2.38 Distribución de longitudes de onda para la densidad de energía a 800, 1200 y 1700 K. Nótese que el máximo se corre hacia menor λ al aumentar T. Véase además que la integral de u_λ, a mayor temperatura, es más grande, lo que es congruente con la ley de Stefan-Boltzman.

donde C_1 y C_2 son constantes. Su proposición resultó estar bastante de acuerdo con los resultados obtenidos en ese mismo año por Friedrich Paschen (1865-1947), quien analizó la distribución de longitudes de onda (λ entre 1 y 8 μm) emitidas por la cavidad a temperaturas entre 390 y 1397 K. De esos experimentos se obtuvieron las constantes C_1 y C_2, así como la β de la ley de Wien (el valor actualmente aceptado es $\beta = 2.898 \times 10^{-3}$ mK).

PROBLEMA 2.21 ¿Cuál es la longitud de onda donde u_λ presenta su máximo para: *a)* $T = 500$ K, *b)* $T = 1000$ K, *c)* $T = 1500$ K, *d)* $T = 2000$ K.

Respuestas: *a)* $\lambda_m = 5.8$ μm, *b)* 2.9 μm, *c)* 1.93 μm, *d)* 1.45 μm.



WILHELM WIEN (1864-1928). Galardonado con el premio Nobel de física en 1911. *(Tomada de D'Abro,* The Rise of the New Physics, *Dover Publications.)*

Parecía que Wien había resuelto el problema, pero tres años después, la demostración de que la densidad de energía de Wien no era correcta se dio en Berlín. Allí mismo, Max Planck encontró la solución definitiva. Dos equipos se encontraban realizando experimentos sobre la radiación del cuerpo negro. En el primero de ellos, Otto Lummer (1860-1925) y Ernst Pringsheim (1859-1917) exploraban la región entre 12 y 18 μm para λ, a temperaturas entre 287 y 1772 K. Sus resultados, en 1900, indicaron que la expresión (2-60) fallaba sobre todo a alta temperatura. El segundo grupo, compuesto por Heinrich Rubens (1865-1922) y Ferdinand Karlbaum (1857-1927), trabajaba a mayores longitudes de onda de (24 a 51 μm) y a temperaturas entre 85 y 1773 K, llegando también a la misma conclusión en 1900. Max Planck, quien se mantenía en estrecho contacto con los dos grupos experimentales citados, el 19 de octubre de 1900 propuso una nueva expresión para la densidad de energía:

$$\boxed{u_\lambda^P = c_1 \lambda^{-5} \frac{1}{e^{c_2/\lambda T} - 1}} \qquad \textbf{(2-61)}$$

Rubens y Karlbaum expusieron sus resultados el 25 de octubre, mostrando que la expresión presentada por Max Planck seis días antes, concordaba perfectamente.

Todas las mediciones experimentales posteriores no hicieron más que confirmar que la fórmula (2-61) seguía estrictamente los resultados reales. Planck había encontrado, 40 años después, la solución para el problema de la radiación del cuerpo negro.

Hay que hacer notar en este punto que (2-61) y (2-60) sólo difieren por el uno que está restado en el denominador de la expresión de Planck. Claro que para λ y T muy altas, $e^{c_2/\lambda T}$ se vuelve un número más pequeño, y el restar el

uno o no hacerlo, se vuelve crítico. Eso sí, para λ o T muy pequeñas ambas expresiones dan casi los mismos resultados.

PROBLEMA 2.22 Tomando $c_1 = 4.992 \times 10^{-24}$ J-m y $c_2 = 0.014388$ m-K, obtenga u_λ^W y u_λ^P para los siguientes valores de λ y T:

a) $\lambda = 5$ μm, $T = 500$ K
b) $\lambda = 15$ μm, $T = 1000$ K
c) $\lambda = 30$ μm, $T = 1800$ K

Respuesta

a) $u_\lambda^W = 5.058$ J/m^4, $u_\lambda^P = 5.074$ J/m^4
b) $u_\lambda^W = 2.519$ J/m^4, $u_\lambda^P = 4.084$ J/m^4
c) $u_\lambda^W = 0.157$ J/m^4, $u_\lambda^P = 0.673$ J/m^4

Vale la pena citar que en junio de 1900, unos meses antes de la aparición de la ley de Planck, *lord* Rayleigh propuso una teoría acerca de la emisión de radiación por el cuerpo negro. Rayleigh asumió que las ondas eran producto de las vibraciones de partículas cargadas (osciladores) del cuerpo negro y repartió la energía de vibración equitativamente entre los diversos modos de vibración de dichos osciladores. Esta hipótesis, conocida como *principio de equipartición*, había sido usada extensamente por Boltzmann en sus tratamientos de termodinámica estadística. A partir de estos postulados, Rayleigh obtiene

$$u_\lambda = bT/\lambda^4 \tag{2-62}$$

donde b es una constante. La expresión (2-62) es inaceptable, pues al disminuir λ la densidad de energía crecería y crecería sin límite, lo cual no concordaba con el experimento ni con la ley de Stefan-Boltzmann. Posteriormente, se denominó *catástrofe del ultravioleta* a este comportamiento singular de u_λ a longitud de onda corta.

Dándose cuenta de que algo andaba mal (como veremos, lo que estaba mal era la física clásica), Rayleigh entendió su resultado como válido en el límite de longitud de onda larga e introdujo una exponencial que corrigiera la catástrofe del ultravioleta, es decir, propuso

$$u_\lambda^R = \frac{bT}{\lambda^4}\frac{1}{e^{d/\lambda T}} \tag{2-63}$$

siendo d otra constante.

Lo curioso es que la fórmula de Rayleigh es igual a la de Wien [Ec. (2-60)], excepto por la potencia de λ en el denominador y que resulta más apropiada que (2-60) para representar los resultados a longitud de onda larga, debido a que no decae tan rápidamente como la de Wien, que, según demuestran el ejemplo 2.18 y el problema 2.23, da resultados menores a los experimentales.

No es sino hasta 1905 cuando Rayleigh reconoce que, desde el punto de vista clásico, no hay ningún error en la ecuación (2-62) y encuentra el valor de

b, el cual es corregido en una publicación posterior por James Hopwood Jeans (1877-1946), razón por la cual la relación

$$u_\lambda^{RJ} = 8\pi kT/\lambda^4 \qquad E_\lambda^{RJ} = 2\pi kc/\lambda^4 \tag{2-64}$$

(k es la constante de Boltzmann, $k = 1.38066 \times 10^{-23}$ J/K) es conocida como *distribución de Rayleigh-Jeans*, a pesar de que en el mismo año fue también obtenida por Albert Einstein (1879-1955).

PROBLEMA 2.23 Calcule u_λ^{RJ} para los incisos del problema 2.22.

Respuesta

a) $u_\lambda^{RJ} = 277.55$ J/m^4

b) $u_\lambda^{RJ} = 6.853$ J/m^4

c) $u_\lambda^{RJ} = 0.771$ J/m^4

Los resultados demuestran que u_λ^{RJ} se acerca a u_λ^P para λ y T grandes.

Ejemplo 2.18 Incluya en una misma gráfica las funciones u_λ^W, u_λ^P y u_λ^{RJ} para una temperatura de 1500 K. Los valores de C_1 y C_2 para la distribución de Wien son $C_1 = 5.5594 \times 10^{-24}$ Jm y $C_2 = 1.4489 \times 10^{-2}$ mK y los de la de Planck son $c_1 = 4.992 \times 10^{-24}$ Jm y $c_2 = 0.014388$ mK.

Solución Sustituyendo $T = 1500$ K en (2-60), (2-61) y (2-64), las funciones por graficar son, en J/m^4:

$$u_\lambda^W = 5.5594 \times 10^{-24} \frac{1}{\lambda^5[e^{9.659 \times 10^{-6}/\lambda}]}$$

$$u_\lambda^P = 4.992 \times 10^{-24} \frac{1}{\lambda^5[e^{9.592 \times 10^{-6}/\lambda} - 1]}$$

$$u_\lambda^{RJ} = 5.204 \times 10^{-19}/\lambda^4$$

Agrupamos los resultados, para un conjunto de longitudes de onda, en la siguiente tabla:

	λ (μm)	u_λ^W	u_λ^P	u_λ^{RJ}
Ultravioleta	0.8	96.8	94.5	1.27×10^6
	1.0	354.9	340.8	5.27×10^5
	1.5	1169.5	1100.0	1.03×10^5
	2.0	1388.2	1299.7	32 525.0
	3.0	914.4	875.4	6425.0
	4.0	485.3	487.4	2033.0
Visible	5.0	257.8	274.9	832.6
	6.0	142.9	162.7	401.5
	8.0	50.7	65.8	127.1
	10.0	21.2	31.0	52.0
Infrarrojo	20.0	1.1	2.5	3.3
	30.0	0.17	0.54	0.64
	40.0	0.04	0.18	0.20

De esta tabulación hemos obtenido la gráfica de la figura 2.39, de donde podemos resumir lo indicado respecto a las distribuciones de Wien, Planck y Rayleigh-Jeans:

1) La distribución de Planck reproduce los resultados experimentales de Paschen, Lummer-Pringsheim y Rubens-Karlbaum.
2) La función de Wien es muy razonable para la distribución de longitudes de onda en el ultravioleta, pero da resultados por debajo de lo esperado a mayor λ.
3) La relación de Rayleigh-Jeans diverge a longitud de onda corta, de allí la catástrofe del ultravioleta, pero se acerca a la realidad conforme λ crece (infrarrojo).

PROBLEMA 2.24 Repita la tabulación del problema anterior pero ahora a T = 2000 K. ¿Qué puede añadirse a las conclusiones del ejemplo anterior?

Lo más interesante de todo el proceso de encontrar la ley de radiación es que la fórmula de Planck fue propuesta a partir de los resultados de Rubens y Karlbaum; es decir, a longitud de onda larga y alta temperatura, condiciones a las cuales la ley de Rayleigh-Jeans es correcta. Como veremos en la siguiente sección, la propuesta de Planck daría nacimiento a la teoría cuántica, echando por tierra las consideraciones de la física clásica. Resulta paradójico que la teoría cuántica se creara a partir de resultados experimentales, donde la teoría clásica (ley de Rayleigh-Jeans) es totalmente aplicable.

2.8 NACIMIENTO DE LA TEORIA CUANTICA

En la sección anterior vimos que la aplicación de la mecánica clásica a los osciladores del cuerpo negro conduce a la catástrofe del ultravioleta. Entonces, ¿bajo qué suposiciones teóricas se alcanza la fórmula de Planck [Ec. (2-61)]? La respuesta a esta interrogante la dio el mismo Max Planck dos meses después de la presentación de su ley de radiación para u_λ^P, es decir, en diciembre de 1900. Planck empleó tres ingredientes para su derivación: (1) la teoría electromagnética de J. C. Maxwell; (2) la termodinámica clásica, y (3) la termodinámica estadística.

Aunque no consideraremos aquí con toda precisión la derivación de Planck, trataremos de dar una idea clara de lo que obtuvo, ya que de esas consideraciones nació la teoría cuántica. Para ello, substituiremos la relación

$$\lambda = \frac{c}{\nu} \tag{2-65}$$

en la ecuación de Planck (2-61) para tener la ley de radiación en función de la

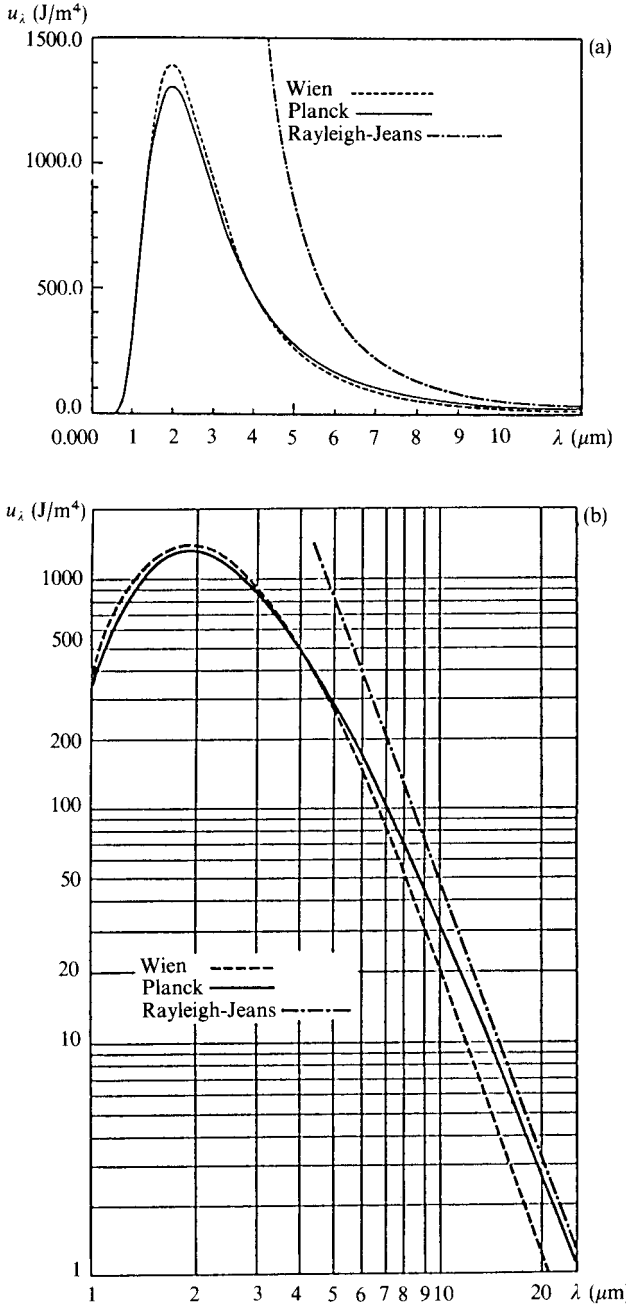
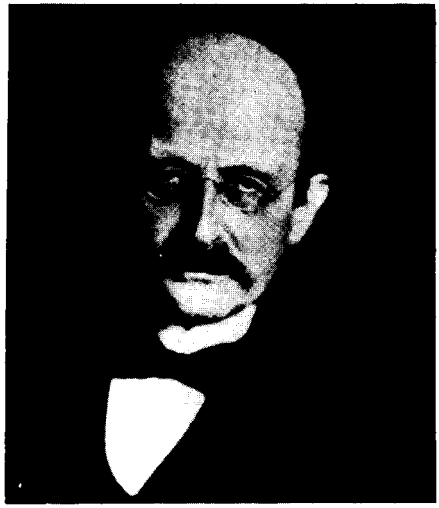


Figura 2.39 (a) Densidad de energía de Wien, Planck y Rayleigh-Jeans. (b) Gráfica log-log idéntica a (a) donde se muestra que para valores grandes de λ, la densidad de energía de Rayleigh-Jeans tiende a la de Planck.



MAX K. E. L. PLANCK (1858-1947). Galardonado con el premio Nobel de química en 1918. *(Tomada de D'Abro,* The Rise of the New Physics, *Dover Publications.)*

frecuencia ν, pues Planck siempre empleó ésta en lugar de la longitud de onda. El resultado de la substitución es

$$u_\lambda^P = \frac{c_1 \nu^5}{c^5} \frac{1}{e^{c_2 \nu / cT} - 1} \tag{2-66}$$

Al igual que Rayleigh, Planck consideró la interacción entre la radiación electromagnética y los osciladores del cuerpo negro. Empleando la teoría maxwelliana de la radiación, encontró una relación entre u_λ y la energía del conjunto de osciladores, U:

$$u_\lambda = \frac{8\pi}{\lambda^4} U = 8\pi \frac{\nu^4}{c^4} U \tag{2-67}$$

En segundo lugar, y éste es el paso trascendente, Planck supuso que la energía de los osciladores se encontraba repartida entre ellos en porciones finitas, de magnitud ε.

Mediante argumentos estadísticos, puede obtenerse entonces que la energía interna toma la forma

$$U = \frac{\varepsilon}{e^{\varepsilon / kT} - 1} \tag{2-68}$$

De las ecuaciones (2-68) y (2-67) obtenemos

$$u_\lambda = 8\pi \frac{\nu^4}{c^4} \frac{\varepsilon}{e^{\varepsilon / kT} - 1} \tag{2-69}$$

Finalmente, comparando esta ecuación teórica con la que Planck propuso, en octubre de 1900, para la radiación del cuerpo negro [Ec. (2-66)], es claro que la

energía ε debe ser proporcional a la frecuencia, pues sólo así se obtiene la potencia correcta (ν^5) en el numerador y se introduce una ν en la exponencial. Llamando h a la constante de proporcionalidad, es decir,

$$\varepsilon = h\nu \tag{2-70}$$

y sustituyendo esta ecuación en (2-69) se obtiene

$$u_\lambda = \frac{8\pi h}{c^4}\nu^5 \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \tag{2-71}$$

Comparando (2-71) con (2-61), ambas expresiones serían idénticas si

$$\begin{aligned} c_1 &= 8\pi hc \\ c_2 &= \frac{hc}{k} \end{aligned} \tag{2-72}$$

Empleando estas fórmulas para c_1 y c_2 en la fórmula (2-61) obtenemos para u_λ:

$$\boxed{u_\lambda = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/k\lambda T} - 1}} \tag{2-73}$$

Lo sorprendente es que para arribar a la distribución de Planck haya que suponer que los osciladores sólo pueden intercambiar energía con la radiación en porciones de magnitud finita, ε. Es decir, al repartir U entre los osciladores, a cada uno le corresponde ya sea 0, ε, 2ε, 3ε, ... energía. Y de acuerdo con (2-70), la energía de cada oscilador se convierte en $nh\nu$ (con $n = 0, 1, 2, \ldots$), no siendo factible otro valor diferente. Al ceder o absorber energía de la radiación, los osciladores sólo podrán hacerlo en múltiplos de $h\nu$. Esto está absolutamente en contra de la mecánica clásica, donde un oscilador (o cualquier partícula) puede tener cualquier valor de la energía entre 0 y ∞ (tal cual fue supuesto por Rayleigh y Jeans en su deducción).

Decimos entonces que la energía que intercambian los osciladores en equilibrio térmico con la radiación del cuerpo negro está *cuantizada*, sólo puede valer un número de veces el *cuanto* (o cantidad) fundamental $h\nu$.

Por otra parte, en la deducción de Planck nunca se introduce la ley de equipartición de la energía, a diferencia de Rayleigh, lo que representa otro aspecto clásico no considerado. Planck conocía los valores numéricos de c_1 y c_2 que mejor se ajustaban a los datos experimentales. Con ellos y las ecuaciones (2-72) estimó el valor de la constante h, conocida desde entonces como constante de Planck, en 6.55×10^{-34} J-s. El valor actualmente aceptado es

$$\boxed{h = 6.6262 \times 10^{-34} \text{ J-s}} \tag{2-74}$$

Además, como en c_2 se encuentra involucrada la constante de Boltzmann, Planck obtuvo, también, un valor de $k = 1.34 \times 10^{-23}$ J/K, que también es cercano al valor actual de 1.38066×10^{-23} J/K. Y ya que k resulta ser la constante de los gases dividida entre el número de Avogadro,

$$k = \frac{R}{No} \tag{2-75}$$

la deducción de Planck permite estimar un valor muy adecuado para No, pues R era conocida. Finalmente, ya que de los experimentos de electroquímica realizados en el siglo XIX se conocía la cantidad de carga necesaria para depositar un equivalente químico ($F = 96\,490$ C), y que esa cantidad debía de implicar un número de Avogadro de electrones

$$F = No\, e \tag{2-76}$$

Planck pudo determinar de esta forma indirecta la carga del electrón. Su resultado fue $e = 4.69 \times 10^{-10}$ ues $= 1.56 \times 10^{-19}$ C, la cual es una magnífica estimación del valor actual de $e = 4.803 \times 10^{-10}$ ues $= 1.6022 \times 10^{-19}$ C.

Naturalmente, la exactitud de estos valores no podía ser aquilata en aquella época, así que la teoría cuántica tuvo problemas para ser aceptada.

Obviamente, no fue simple que los científicos coetáneos a Planck aceptaran que la física clásica debía ser abandonada para explicar la radiación del cuerpo negro. Entre 1900 y 1905, la ley de Planck no se consideró más que una forma exitosa para la presentación de datos experimentales.

En aquella época se pensaba que así como el agua es un medio donde se propagan ondas, o el aire propicia la transmisión del sonido, debía existir un medio que permitiera la propagación de las ondas electromagnéticas, al cual se le dio el nombre de *éter*. Muchos de los científicos de entonces consideraban la ley de radiación como un problema de emisión originado por las vibraciones inducidas en el éter por las cargas eléctricas de las moléculas del radiador. Sin embargo, en la teoría de Planck no se había considerado el mecanismo de interacción entre el éter y la materia, y ésta fue una de las razones por las que muchos de sus contemporáneos ignoraron su solución.

La interpretación cuántica de Planck fue muy discutida durante la primera década del siglo, principalmente por Hendrik Antoon Lorentz, J. J. Thomson y Jeans. El principal punto de ataque era el referente a sus consideraciones estadísticas, las que no fueron adecuadamente fundamentadas, sino hasta 1924, con el trabajo del hindú Satyendra Nath Bose (1894-1974) complementado por Einstein, quienes crearon la estadística cuántica. Incluso Wien, en 1909, cuando publicó un artículo de revisión sobre radiación, dio igual espacio y consideraciones a Planck, Lorentz, Thomson y Jeans, sin tomar partido por ninguna teoría.

Las primeras reacciones positivas hacia la teoría cuántica empezaron a manifestarse después de 1905, cuando Einstein recurrió por segunda ocasión a considerar ones cuánticas, lo que será el tema de nuestra siguiente sección. La

proposición del mismo Einstein sobre la teoría especial de la relatividad vino a borrar de la física el concepto de éter. En 1907 vuelve a escena el propio Einstein para proponer una nueva teoría sobre las capacidades caloríficas de los sólidos, y al introducir la cuantización de las oscilaciones de las moléculas de los sólidos alcanza una expresión que explica el comportamiento no clásico del calor específico a bajas temperaturas.

Al final de la década, personalidades científicas como Herman Walter Nernst (1864-1941), quien postuló el tercer principio de la termodinámica, el mismo Lorentz, *madame* Marie Sklodowska-Curie (1867-1934), ampliamente conocida por sus trabajos sobre radiactividad, y Niels Hendrik David Bohr (1885-1962), sobre quien también hablaremos posteriormente, empezaron a manifestarse en favor de la teoría cuántica. No fue sino hasta 1912, después del primer congreso Solvay, donde el tema se abordó intensamente, cuando Rayleigh comentó su «*gran interés por la teoría cuántica*» y Jeans aceptó que «*la física clásica no puede resolver el problema de la radiación del cuerpo negro*». Así, después de 1913 es raro encontrar artículos «anticuánticos» en las revistas científicas, lo que significa que los editores estaban convencidos de la validez de la teoría cuántica.

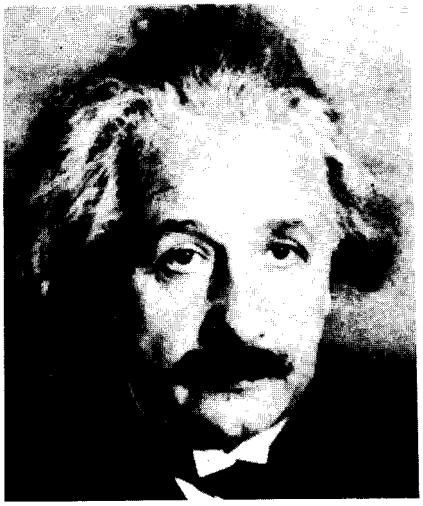
Al fin, en 1918, Max Planck es laureado con el premio Nobel de física, 18 años después de su propuesta inicial sobre la cuantización.

Ciertamente, Planck debe ser considerado el padre de la teoría cuántica. Y si es así, Kirchhoff es su abuelo, ¿o no?

2.9 EINSTEIN Y EL EFECTO FOTOELECTRICO. CUANTIZACION DE LA RADIACION ELECTROMAGNETICA

Después de la proposición de Planck, en 1900, hubo que esperar cinco años para ver aparecer nuevamente a la constante h en un artículo científico. Dicho artículo iba firmado por Albert Einstein, quien en 1905, además de publicar este trabajo, que ahora discutiremos, también dio a la luz otras dos contribuciones: en la primera daba explicación al movimiento browniano y en la segunda proponía su teoría especial de la relatividad. La parte más importante de su artículo sobre teoría cuántica se refiere a su interpretación del efecto fotoeléctrico. En 1921, cuando recibe el premio Nobel, se juzgó inclusive que este trabajo era más relevante que el de la *teoría de la relatividad*, ya que se le otorgó «*por sus servicios a la física teórica y especialmente por su descubrimiento del efecto fotoeléctrico*».

Pero, ¿qué es el efecto fotoeléctrico? Abordaremos aquí la explicación siguiendo dos rutas. Primero hablaremos de la fotoelectricidad como la conocemos hoy, y veremos cómo la interpretó Einstein. Posteriormente, seguiremos un relato rigurosamente histórico donde podremos aquilatar en toda su magnitud lo trascendente de la contribución einsteniana: proponer por vez primera la existencia de una partícula (el fotón) 18 años antes de su verificación experimental.



ALBERT EINSTEIN (1879-1955).
(Tomada de D'Abro, The Rise of the New Physics, *Dover Publications.)*

2.9.1 El efecto fotoeléctrico. Interpretaciones clásica y cuántica

El efecto fotoeléctrico es uno de varios procesos mediante los que pueden emitirse electrones de la superficie de un metal.

La emisión de electrones puede lograrse:

1) **Calentando lo suficiente al metal para que la energía térmica permita que los electrones salgan de la superficie *(Emisión termiónica).***
2) **Colocando un campo eléctrico lo suficientemente grande como para extraer los electrones de la superficie del metal *(Emisión por campo).***
3) **Lanzando una partícula sobre el metal, de tal forma que su energía cinética sea transferida a los electrones, lo que les permite abandonar la superficie *(Emisión secundaria)* y, finalmente, aquélla en la que estamos interesados.**
4) **Haciendo incidir luz sobre la superficie del metal, en cuyo caso los electrones emergentes se denominan fotoelectrones *(Emisión fotoeléctrica).***

Como veremos, siempre es necesario proporcionar energía a los electrones para que éstos puedan abandonar la superficie del metal. Es decir, los electrones se encuentran de alguna forma «ligados» al metal. Llamaremos ω a la energía de enlace electrón-metal. Para que exista la emisión, la energía absorbida por el electrón deberá ser mayor o igual a ω para que éste se emita. ω se conoce también como *función trabajo*, o energía mínima para extraer al electrón de la superficie, y depende del metal bajo consideración. En el efecto fotoeléctrico es la luz la que se encarga de proporcionar dicha energía mínima. Mientras más energía absorba un electrón (por encima de ω), su energía cinética de emisión será mayor, de acuerdo al principio de conservación de la energía. Medir la

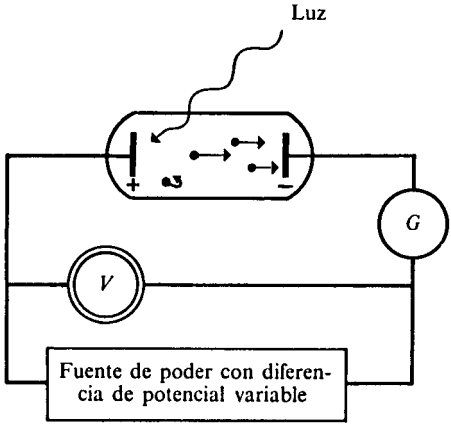


Figura 2.40 Dispositivo experimental para estudiar el efecto fotoeléctrico.

energía cinética de los fotoelectrones es factible en un dispositivo como el que se muestra en la figura 2.40.

El metal fotoemisor se coloca como ánodo. La incidencia de la luz provoca la emisión de electrones a diferentes velocidades y direcciones. Aquéllos con mayor velocidad superan la fuerza eléctrica que los frena (nótese que viajan en la dirección del campo eléctrico, lo que genera una fuerza en contradirección para partículas negativas) y logran alcanzar el cátodo, formando parte de la corriente que circula por el galvanómetro G. Mientras más alta sea la diferencia de potencial, $\Delta\phi$, menos electrones llegarán al galvanómetro, así que cuando éste marque cero corriente los electrones más veloces habrán sido frenados justo antes de arribar al cátodo. En este punto, la energía cinética de los fotoelectrones con velocidad máxima, $v_{\text{máx}}$, se convierte en energía potencial eléctrica, la que se calcula de la fórmula (2-11). El balance de energía referido sería

$$e(\Delta\phi_0) = \frac{1}{2} m v_{\text{máx}}^2 \qquad \textbf{(2-77)}$$

donde $\Delta\phi_0$ sería la diferencia de potencial que provocó la anulación de corriente a través del galvanómetro.

Las variables susceptibles de modificar en el experimento son:

1) La diferencia de potencial $\Delta\phi$ (por debajo de $\Delta\phi_0$) que provoca la corriente i. (Proporcional al número de fotoelectrones que llegan al cátodo.)
2) La intensidad de iluminación del ánodo, I.
3) La frecuencia de la luz incidente, ν.
4) La naturaleza del metal del ánodo.

En el principio de la fotoemisión se basan muchas innovaciones en la técnica. Bast nencionar las fotoceldas, que son empleadas desde para contro-

lar la puerta de un elevador, hasta para alimentar de energía solar a un satélite artificial.

A continuación presentamos los resultados típicos de un experimento de fotoemisión, indicando por qué la física clásica no proporciona una base razonable para entenderlos.

a) La emisión ocurre casi instantáneamente después de la incidencia de la luz sobre la superficie, no importa qué tan baja sea la intensidad de iluminación. Basta la intensidad producida por la luz de un foco de 100 W a 300 km de distancia para producir la fotoemisión.
De acuerdo con la teoría electromagnética clásica, la energía absorbida por la superficie debe ser proporcional a la intensidad de la luz, el área iluminada y el tiempo de iluminación. Como todos los electrones libres en el metal deben ser considerados equivalentes, *todos* ellos irían absorbiendo luz hasta que eventualmente se alcanzara la energía necesaria para abandonar la superficie. Es decir, la física clásica no estaría de acuerdo con la emisión instantánea. Para una intensidad baja de iluminación sería necesario esperar unos cuantos miles de años para que se produjera la fotoemisión. ¡Los resultados experimentales revelan que ello ocurre en 10^{-9} segundos!

b) Para una frecuencia ν y una diferencia de potencial $\Delta\phi$ fijos, la intensidad i de la fotocorriente es proporcional a la intensidad luminosa. Ya que i no es más que una medida del número de fotoelectrones, este resultado indica que la intensidad I sí influye, pero en la cantidad de electrones emitidos. Este resultado es compatible con la mecánica clásica.

c) Fijando las características de la luz (frecuencia ν e intensidad I), la fotocorriente depende de la diferencia de potencial $\Delta\phi$, y se vuelve cero para $\Delta\phi_0$. Aun variando la intensidad de la luz, el potencial de frenado $\Delta\phi_0$ es invariante. Lo anterior se ilustra en la figura 2.41.

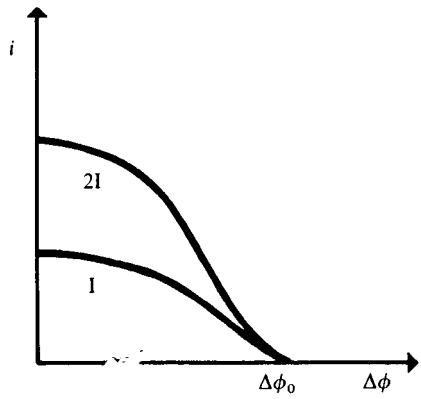


Figura 2.41 Al doblar la intensidad se dobla la fotocorriente, permaneciendo fijo el valor de $\Delta\phi_0$.

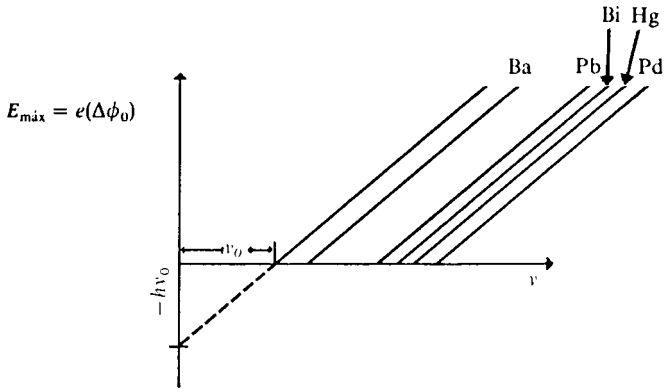


Figura 2.42 Emisión fotoeléctrica para varios metales.

La teoría clásica no prediría este efecto, pues al doblarse la intensidad podría aumentar la velocidad máxima de los electrones emitidos, lo que haría aumentar el potencial de frenado.

d) La fotoemisión sólo se logra cuando la frecuencia de la luz es mayor que un valor límite ν_0. No obstante que la iluminación sea intensa, si se hace con luz de frecuencia $\nu < \nu_0$ no hay registro de fotocorriente y, por tanto, no hay emisión, ν_0 se conoce como *frecuencia umbral* y es característica de cada metal. Aquí vuelve a fallar la física clásica, pues según ésta sería la intensidad y no la frecuencia la que determinaría la emisión.

e) Para cualquier intensidad I o fotocorriente i, la energía cinética máxima de los electrones depende linealmente de la frecuencia, para $\nu > \nu_0$. Para diferentes metales, la pendiente de una gráfica de $E_{máx}$ contra ν es la misma, o sea, es una constante universal (véase Fig. 2.42). Por teoría clásica ni siquiera la emisión puede entenderse como función de ν, así que menos su relación con la energía de los fotoelectrones. La presencia de una constante universal como pendiente no puede tampoco entenderse en términos de cualquier constante del electromagnetismo clásico.

Dando el nombre de h a la pendiente de estas rectas, la ecuación de las mismas sería

$$E_{máx} = h\nu - h\nu_0 \qquad \textbf{(2-78)}$$

así que $h\nu$ debe tener unidades de energía y entonces h los tendrá de energía por tiempo, ¡como la constante de Planck!

Rearreglando (2-78)

$$\boxed{h\nu = E_{máx} + h\nu_0} \qquad \textbf{(2-79)}$$

La solución al dilema planteado por el efecto fotoeléctrico resulta, después de todo lo explicado, aparentemente simple. Sólo hay que considerar dos casos para llegar a la ecuación (2-79):

1) **En el efecto fotoeléctrico las ondas electromagnéticas, aparentemente continuas, se comportan como partículas (que llamaremos *fotones*), con energía $h\nu$:**

$$\boxed{\varepsilon_f = h\nu,} \qquad \textbf{(2-80)}$$

(h sería la constante de Planck.)
las que inciden sobre *un solo* electrón de la superficie.

2) **La frecuencia debe ser lo suficientemente alta para que la energía del fotón logre vencer la energía de enlace del electrón, ω. La frecuencia límite ν_0 para la cual puede darse la emisión sería aquella donde la energía del fotón sea exactamente ω:**

$$\boxed{h\nu_0 = \omega} \qquad \textbf{(2-81)}$$

La ecuación (2-79) puede ahora interpretarse a partir de estas dos consideraciones como un simple balance de energía

$$\varepsilon_f = E_{\text{máx}} + \omega \qquad \textbf{(2-82)}$$

La energía del fotón, además de arrancar al electrón de la superficie, le daría energía cinética para abandonarla.

Por supuesto que las consideraciones que resuelven el problema violan flagrantemente la teoría clásica. Se propone la existencia de partículas para algo considerado clásicamente como una onda: la radiación electromagnética. Y no sólo eso, se indica que la energía de esas partículas es proporcional a la frecuencia ¡de la onda!

Por si fuera poco, la velocidad a la que se mueven los fotones sería la de la luz misma y, de acuerdo a la teoría de la relatividad, ello es imposible a menos de que su masa en reposo sea nula. Si un fotón se detuviese, su masa sería cero, dejaría de existir. O sea, que los fotones sólo existen en tanto se mueven a la velocidad de la luz. Cuando el fotón colide con un electrón, puede transferir toda su energía $h\nu$ a éste, pero queda aniquilado, desaparece.

La existencia de una frecuencia umbral para la fotoemisión es entendible si la comparamos con un hecho similar, donde las ondas electromagnéticas de longitud de onda larga no produzcan ningún efecto, mientras que ondas de longitud de onda corta, sí. Por ejemplo, las ondas de radio con potencia del orden de kilowatios no afectan en absoluto una película fotográfica. Sin embargo, la radiación visible y ultravioleta, sí, aunque su intensidad sea pequeña. También sabemos que no toda la luz proveniente del Sol puede producir el bronceado de la piel, iniciar la fotosíntesis de las plantas o blanquear la ropa colgada.

Esta es a grandes rasgos, la contribución de Einstein, pero, como veremos en la siguiente sección, la cuantización de la radiación electromagnética fue

propuesta por Einstein casi a ciegas, y no fue aceptada por la comunidad científica sino muchos años después de su planteamiento.

PROBLEMA 2.25 Empleando calcio como metal en un experimento de efecto fotoeléctrico se encontraron los siguientes potenciales de frenado (expresados como la energía cinética máxima de los fotoelectrones al variar la frecuencia de la luz incidente).

ν (s^{-1}) $\times 10^{-15}$	1.18	0.96	0.82	0.74
$E_{máx}$ (aJ)	0.312	0.157	0.080	0.022

Calcule, con estos datos, el valor de la constante de Planck, así como la frecuencia umbral.

Respuesta $h = 6.59 \times 10^{-34}$ J; $\nu_0 = 7.07 \times 10^{14}\ s^{-1}$.

Ejemplo 2.19 La frecuencia umbral del tungsteno es $1.3 \times 10^{15}\ s^{-1}$. Determine la energía de los fotoelectrones emitidos de su superficie cuando son irradiados con luz de longitud de onda igual a 2000 Å.

Solución Este problema tiene solución inmediata cuando hacemos uso de la ecuación (2-79):

$$h\nu = E_{máx} + \omega$$

Despejemos $E_{máx}$:

$$E_{máx} = h\nu - \omega = h(\nu - \nu_0)$$

Sustituyendo valores:

$$E_{máx} = (6.626 \times 10^{-34}\ \text{Js})\left[\frac{2.9979 \times 10^{8}\ \text{m/s}}{2000 \times 10^{-10}\ \text{m}} - 1.3 \times 10^{15}\ \text{s}^{-1}\right]$$

$$E_{máx} = 1.318 \times 10^{-19}\ \text{J}$$

PROBLEMA 2.26 En el ejemplo anterior, la luz incidente tiene una intensidad de 3 Wm^{-2}. Calcule la cantidad de fotoelectrones emitidos por unidad de área y tiempo.

Respuesta Se emiten 3.02×10^{18} fotoelectrones.

Ejemplo 2.20 La intensidad mínima de luz que puede ser percibida por el ojo humano es de aproximadamente 10^{-10} Wm^{-2}. ¿Cuántos fotones por segundo de longitud de onda igual a 600 nm interactúan con la pupila? (Area de la pupila $\simeq 0.5 \times 10^{-4}\ m^2$).

Solución Podemos calcular la energía que tienen los fotones con $\lambda = 600$ nm si utilizamos la ecuación (2-80):

$$\varepsilon_f = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

Sustituyendo valores:

$$\varepsilon_f = \frac{6.626 \times 10^{-34}\ \text{J-s} \times 2.9979 \times 10^{8}\ \text{m/s}}{600 \times 10^{-9}\ \text{m}} = 3.311 \times 10^{-19}\ \text{J/fotón}$$

La energía luminosa que alcanza la pupila en un segundo se obtiene:

$$E = (10^{-10}\ \mathrm{Wm}^{-2})(0.5 \times 10^{-4}\ \mathrm{m}^2)$$
$$E = 0.5 \times 10^{-14}\ \mathrm{J/s}$$

Dividiendo E/ε_f, tenemos el número de fotones que llegan al ojo:

$$\frac{E}{\varepsilon_f} = N \quad ; \quad N = \frac{0.5 \times 10^{-14}\ \mathrm{J/s}}{3.311 \times 10^{-19}\ \mathrm{J/fotón}} = 1.5 \times 10^5\ \mathrm{fotones/s}$$

2.9.2. Un poco de historia: del efecto fotoeléctrico a los fotones

Fue Heinrich Hertz (1857-1894), en 1887, el primero en observar el efecto fotoeléctrico. Esto ocurrió, casualmente, mientras realizaba sus investigaciones para demostrar la naturaleza electromagnética ondulatoria de la luz. Otra paradoja en la historia de la ciencia: tratando de demostrar que la luz era una onda, Hertz observó un fenómeno que muestra la luz como si estuviera compuesta de partículas.

Hertz estudiaba la chispa eléctrica producida por una descarga entre dos placas metálicas y observó que la descarga desde la primera placa producía una segunda chispa en la segunda. Pronto se convenció que era la luz de la primera chispa la que generaba la segunda por fotoemisión.

J. J. Thomson, en 1899, demostró que el fotoefecto inducido por la luz ultravioleta consistía en electrones. Para ello midió la relación e/m, resultando idéntica a la de los rayos catódicos.

En 1902, Philipp Lenard (1862-1947) estudió el efecto e hizo el crucial descubrimiento de que la energía del fotoelectrón depende de la frecuencia, y crece si ésta crece. Eso era todo lo que se sabía en 1905, cuando Albert Einstein entra en escena. Para empezar, establece una analogía termodinámica entre la radiación y un gas de partículas clásicas que no interactúan y plantea su hipótesis del *cuanto de luz*[10]: «*La radiación monocromática se comporta termodinámicamente como si consistiera en cuantos de energía mutuamente independientes de magnitud hν.*» El siguiente paso que tomó le valió el premio Nobel en 1921, *el principio heurístico*[11]:

> «*Si la radiación monocromática se comporta como un medio discreto consistente de cuantos de energía hν, es sugestivo preguntarse si también las leyes de la generación y conversión de la luz están constituidas como si la luz consistiera de cuantos energéticos de este tipo.*»

En otras palabras, la hipótesis del fotón es una aseveración acerca de una propiedad cuántica de la radiación electromagnética y el principio heurístico es una extensión tentativa de estas propiedades de la luz a la interacción luz-

[10] El término *fotón* no se usó sino hasta 1926.

[11] *Heurístico:* hecho propuesto a partir de hipótesis que, aun no siendo verdaderas, estimulan la investigación.

materia. Aplicando ambos al efecto fotoeléctrico le dio interpretación y propuso, ya que nadie lo había comprobado experimentalmente, que las gráficas de $E_{máx}$ contra ν resultarían como las de la figura 2.42, de donde podría medirse la constante de Planck.

El primer experimentador que encontró una relación lineal $E_{máx} - \nu$ fue Arthur Llewellyn Hughes (1883-1978), el último de los alumnos de J. J. Thomson, en 1912. Sin embargo, Millikan, en 1915, después de otro periodo de años de investigación acuciosa, obtiene unas rectas casi perfectas, que le permiten determinar h con una certidumbre del 99.5 %. Años más tarde, Millikan indicaba:

> *«Me tomó 10 años de mi vida poner a prueba aquella ecuación de Einstein, de 1905, y, contrariamente a mis suposiciones, en 1915 estuve obligado a declarar su verificación certera a pesar de su irracionalidad, dado que parecía violar todo lo que sabíamos acerca de la interferencia de la luz.»*

La hipótesis del fotón habría de ser recibida aún con más reservas que la proposición inicial de Planck, en 1900. Veamos qué escribieron Planck, Nernst, Rubens y Warburg cuando analizaron, en 1913, lo realizado por Einstein para decidir su entrada como miembro de la Academia Prusiana:

> *«Podemos decir que es difícil encontrar uno, entre los grandes problemas de la física moderna, en el cual Einstein no haya hecho una contribución notable. El que haya algunas veces perdido el blanco, como por ejemplo en su hipótesis del cuanto de luz, no lo perjudica demasiado, pues, sin riesgos, es imposible introducir realmente nuevas ideas aun en las ciencias exactas.»*

Las razones del rechazo a la hipótesis del fotón son varias. Sin duda la más importante fue el desarrollo lento de los experimentos que la verificaron, aunque también habría que tomar en cuenta la misma precaución de Einstein, quien también insistió en el «carácter provisional» de su hipótesis, así como el arraigo de las ecuaciones de Maxwell, las que se creía eran la última palabra respecto a la radiación electromagnética.

Nunca la idea de una nueva partícula se encontró por tanto tiempo con tal resistencia como la del fotón. Fue la más discutida de las primeras ocho partículas ya descubiertas (electrón, protón, neutrón y muón) o propuestas antes de su confirmación experimental (fotón, positrón, neutrino y mesón).

En 1916 y 1917 Einstein publica unos espléndidos artículos sobre las leyes de absorción y emisión de radiación, donde incluye otro resultado nuevo respecto a los fotones: poseen una cantidad de movimiento

$$p_f = \frac{h}{\lambda} \tag{2-83}$$

Esta conclusión puede obtenerse fácilmente considerando la energía del fotón propuesta en 1905:

$$\varepsilon_f = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \tag{2-84}$$

combinada con su energía relativista:

$$\varepsilon_f = mc^2 \tag{2-85}$$

Igualando ambas expresiones:

$$h\nu = mc^2 \tag{2-86}$$

y rearreglando para introducir $p_f = mc$, obtenemos:

$$p_f = \frac{h\nu}{c} \tag{2-87}$$

que no es más que (2-83), pues $\lambda = c/\nu$.

Es curioso que el padre de la relatividad especial haya tardado 12 años en darse cuenta que no sólo la energía, sino también la cantidad de movimiento del fotón dependen de la frecuencia (o la longitud de onda). Es como si Einstein considerara separados sus trabajos en relatividad y en teoría cuántica.

PROBLEMA 2.27 Calcule la masa de un fotón: *a)* de luz visible, con $\lambda = 5000$ Å, y *b)* de rayos γ, con energía de 1.46 MeV. Exprese ambas con relación a la masa de un electrón.

Respuesta

a) 4.42×10^{-36} kg $= 4.85 \times 10^{-6} m_e$

b) 2.60×10^{-30} kg $= 2.86 m_e$

Ejemplo 2.21 ¿Podría un rayo γ con energía de 6 MeV transformarse en un electrón?

Solución La respuesta es *no*, pero vale la pena analizarla.

Calcularemos la masa que equivale a una energía de 6 MeV, de acuerdo con la ecuación relativista (2-85):

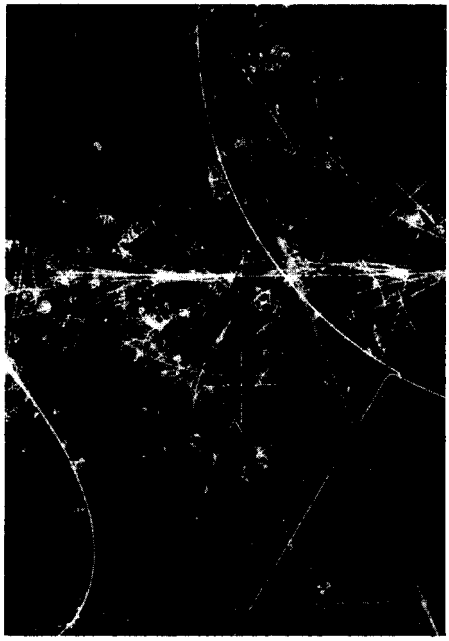
$$\varepsilon_f = mc^2 \quad ; \quad m = \frac{\varepsilon_f}{c^2}$$

$$m = \frac{(6 \times 10^6 \text{ eV})(1.6022 \times 10^{-19} \text{ J/eV})}{(2.9979 \times 10^{-8} \text{ m/s})^2} = 1.07 \times 10^{-29} \text{ kg}$$

La masa de un electrón es $m_e = 9.11 \times 10^{-31}$ kg, así que la masa equivalente del fotón es 11.74 veces la de un electrón. Desde este punto de vista, un fotón con tal energía podría crear hasta 11 electrones, pero, de esta manera, se violaría un principio fundamental en el universo: se crearía carga eléctrica negativa a partir de una radiación, que es eléctricamente neutra.

Sin embargo, puede suceder (y de hecho sucede) que a partir del fotón se cree un electrón y un *positrón*[12] (partícula con igual masa pero carga opuesta a la del electrón). De esta forma no se viola el *principio de conservación de la carga*, pues la carga neta del sistema electrón-positrón es cero. Este fenómeno se conoce como *creación de pares* y ha sido observado múltiples veces en el laboratorio [véanse Figs. 2.43 (a) y (b)].

[12] La existencia del positrón fue predicha en 1928 por Paul Adrien Maurice Dirac (1902-) y demostrada experimentalmente por Carl David Anderson (1905-) en 1932.



(b)

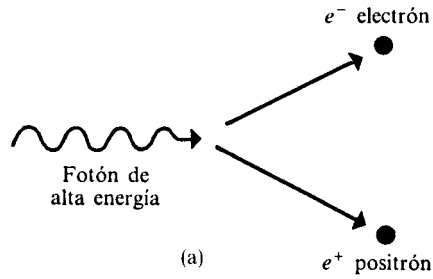


Figura 2.43 (a) Creación de un par electrón-positrón. (b) Fotografía de una cámara de burbujas en la que se muestra la «creación de pares» a partir de fotones. Los electrones y los positrones dejan marcada su trayectoria a través del hidrógeno líquido de la cámara, los cuales, al ser sometidos a un campo magnético, toman direcciones opuestas. *(Tomada de Hecht,* Physics in Perspective, © *1980. Addison-Wesley Publishing Co.)*

A partir de 1917, Einstein adquiere absoluta certeza de la validez de su hipótesis del fotón. Seis años más tarde, esto era confirmado experimentalmente por Arthur Holly Compton (1892-1962).

PROBLEMA 2.28 Calcule la cantidad de movimiento de un fotón que tiene una longitud de onda de 60 μm.

Respuesta $p_f = 1.1 \times 10^{-29}$ kg m/s.

2.9.3 Rayos X

Antes de entrar al experimento de Compton, por el que se demostró la naturaleza corpuscular de la radiación, describiremos brevemente otro de los grandes descubrimientos de finales del siglo pasado: el de los rayos X.

En 1895, Roentgen se encontraba a oscuras en su laboratorio estudiando los rayos catódicos. Observó, entonces, que una placa recubierta con cianoplatinato de bario, la que había empleado para otros experimentos, emitía una fluorescencia verdosa. Ello no podía deberse a los rayos catódicos, pues no podían salir del tubo. Otro tipo de rayos alcanzaban la placa y producían que ésta emitiera luz visible. Estudiando sus propiedades, pronto encontró que esta radiación atravesaba materiales que eran opacos a la luz visible. Había descubierto los rayos X. Por ello, tuvo el honor de recibir el primer premio Nobel de física, que fuera otorgado en 1901.

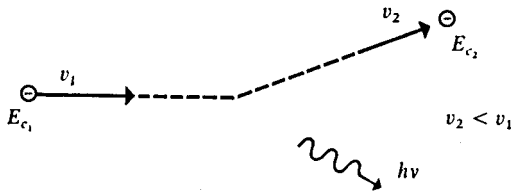


Figura 2.44 Producción de un fotón al frenarse un electrón de alta velocidad.

El fenómeno por el cual se producen los rayos X está relacionado con el del efecto fotoeléctrico, y por eso hemos dejado este punto hasta ahora. En la fotoemisión, la energía electromagnética se transfiere a un electrón, pudiendo éste deslizarse de la superficie y adquirir energía cinética. Por el contrario, cuando un electrón rápido pierde energía cinética, puede emitir uno o varios fotones. Esto es precisamente lo que sucede cuando los electrones de los rayos catódicos alcanzan la pantalla del tubo de Roentgen. Al ser frenados (desacelerados), de acuerdo con el electromagnetismo clásico, emitían radiación. Pero, según requiere la teoría cuántica, la energía electromagnética de la radiación debe presentarse como cuantos o fotones. En la figura 2.44 se presenta la producción de un fotón cuando un electrón pierde energía cinética.

Un balance de energía revela que

$$E_{c_1} = E_{c_2} + h\nu \tag{2-88}$$

PROBLEMA 2.29 Calcule la pérdida de energía cinética de un electrón (en femtojoules) para producir un fotón de rayos X con $\lambda = 1 \times 10^{-11}$ m.

Respuesta $\Delta E_c = 19.9$ fJ

Hay que tener presente que en el proceso de la figura 2.44 no sólo hay que plantear un balance de energía como el de (2-88), sino también debe conservarse la cantidad de movimiento, lo que se satisface en la ecuación vectorial.:

$$\vec{p}_1 = \vec{p}_2 + \vec{p}_f \tag{2-89}$$

La magnitud de la cantidad de movimiento del fotón es, según (2-83), igual a h/λ.

PROBLEMA 2.30 ¿Puede un electrón que se desacelera y emite un fotón continuar con su trayectoria rectilínea?

Respuesta Sí, siempre que emita el fotón en la misma dirección de su movimiento. En ese caso, las magnitudes de los vectores cantidad de movimiento deben satisfacer

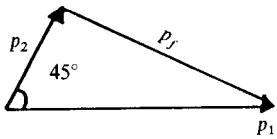
$$m_e v_1 = m_e v_2 + \frac{h}{\lambda}$$

Ejemplo 2.2 Mediante el principio de conservación de la cantidad de movimiento, indique en qué dirección se emitirá un fotón y cuál será su longitud de onda, cuando un

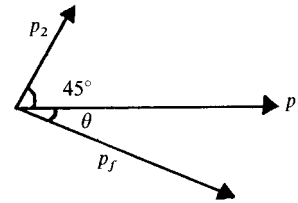
electrón con $v_1 = 6 \times 10^7$ m/s se desvía 45 grados de su trayectoria disminuyendo su velocidad hasta $v_2 = 2 \times 10^6$ m/s.

Solución Haciendo un diagrama donde los dos vectores de cantidad de movimiento del electrón se colocan con un origen común, el del fotón puede obtenerse

como $p_1 - p_2$



Colocando ahora los tres vectores en el origen



Para que $p_1 = p_2 + p_f$, las componentes y de p_2 y p_f deben cancelarse, y sus componentes x deben sumar la magnitud de p_1, es decir:

$$p_2 \operatorname{sen} 45° = p_f \operatorname{sen} \theta \qquad (1)$$

$$p_2 \cos 45° + p_f \cos \theta = p_1 \qquad (2)$$

$$p_f = p_2 \frac{\operatorname{sen} 45°}{\operatorname{sen} \theta} \qquad (3)$$

lo que sustituido en (2) lleva a $p_2 \cos 45° + p_2 \operatorname{sen} 45° \cot \theta = p_1$. Por tanto,

$$\cot \theta = \frac{p_1 - p_2 \cos 45°}{p_2 \operatorname{sen} 45°} = \frac{\cancel{m}_e[v_1 - v_2 \cos 45°]}{\cancel{m}_e v_2 \operatorname{sen} 45°}$$

Sustituyendo los datos,

$$\cot \theta = \frac{[6 \times 10^7 - 2 \times 10^6(\sqrt{2}/2)]}{2 \times 10^6(\sqrt{2}/2)} = 41.43,$$

de donde $\theta = 1.383°$, lo que sustituido en (3) lleva a

$$p_f = \frac{h}{\lambda} = (9.1095 \times 10^{-31} \text{ kg})(2 \times 10^6 \text{ m/s}) \frac{\sqrt{2}/2}{\operatorname{sen} 1.383}$$

$$\frac{h}{\lambda} = 5.34 \times 10^{-23} \text{ kg-m/s}$$

Finalmente, la longitud de onda del fotón se despeja como

$$\lambda = \frac{6.626 \times 10^{-34} \text{ Js}}{5.34 \times 10^{-23} \text{ kg-m/s}} = 1.241 \times 10^{-11} \text{ m}$$

correspondiente a la región de rayos X del espectro electromagnético.

Aparte de su trascendente aplicación en medicina, los rayos X tienen una gran importancia en la elucidación de la estructura de los sólidos cristalinos. Un cristal perfecto es un arreglo periódico de átomos o moléculas. Al hacer incidir radiación electromagnética sobre él, las cargas eléctricas en el sólido son afectadas por las fuerzas de Lorentz [Ec. (2-31)] y describen movimientos oscilatorios forzados, lo que las convierte, a su vez, en fuentes de radiación electromagnética. Un observador colocado fuera del cristal recibe una onda electromagnética complicada, producto de la sobreposición de todas aquellas emitidas por cada átomo, fenómeno conocido como *interferencia*. Como resultado, el observador recibe un patrón de interferencia (o de difracción) del cual puede inferir las posiciones de los átomos en la red cristalina. Esta es, de hecho, la forma en la que se obtienen las estructuras de los sólidos, lo cual incluye la medición de las distancias y los ángulos entre los átomos que los componen.

Para producir un *patrón de difracción* adecuado es necesario que la longitud de onda de la radiación incidente sea del orden de la distancia entre los átomos. Sabemos que dicha distancia es de uno a varios Å, y es por ello que los rayos X tienen la longitud de onda apropiada para interferir con un arreglo periódico de átomos (véase Sec. 9.2.1).

PROBLEMA 2.31 En algunos aparatos de televisión se emplean bulbos en los que los electrones son acelerados de un cátodo a un ánodo bajo una diferencia de potencial de 20 000 V, para ser bruscamente detenidos por una placa de aluminio. ¿Se producirán rayos X en estos bulbos?

Respuesta Sí, como puede comprobarse al observar las indicaciones de seguridad que se encuentran en la parte interior de un aparato viejo de televisión.

2.9.4 El efecto Compton

En la interacción de los rayos X (de cierta longitud de onda) con la materia, se había encontrado que la radiación dispersada consistía en dos longitudes de onda; la original λ_i más otra, λ_d, muy similar a ésta, aunque ligeramente mayor. En principio se pensó que λ_d era producida por la fluorescencia del material irradiado. Esta idea hubo de abandonarse, pues λ_d no dependía en absoluto de la substancia escogida, sino sólo del ángulo θ (respecto a la dirección de incidencia), en el que era dispersada la onda inicial.

Desde el punto de vista clásico este fenómeno es inexplicable, pues la radiación produce en una carga una oscilación de la misma frecuencia que la de la onda incidente (véase Sec. 2.5.1). El movimiento armónico de la carga, por ser un movimiento acelerado, hace que ésta emita radiación en todas direcciones, con frecuencia idéntica a la del movimiento oscilatorio. Por tanto, la teoría clásica predice que la radiación dispersada tiene la misma frecuencia que la incidente. La carga sólo desempeña el papel de agente transmisor. Absorbe la onda incidente y genera la dispersada sin ganar o perder energía. Para radiación visible, o de menor frecuencia, los resultados experimentales

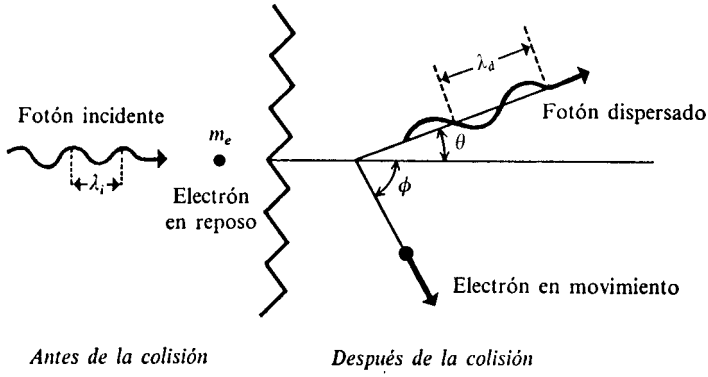


Figura 2.45 Colisión entre un fotón y un electrón.

coinciden con esta concepción clásica, pero ella falla para el ultravioleta, los rayos X y los rayos γ. La explicación de estas desviaciones fue dada en 1923, cuando se demostró la validez de la teoría cuántica de la dispersión de ondas electromagnéticas, conocida como *efecto Compton.*

Compton consideró la hipótesis de Einstein sobre los fotones. Así, un fotón incidente con energía dada por (2-84) y cantidad de movimiento según (2-83), podría transferir energía a un electrón, reduciendo con ello su frecuencia (el fotón dispersado tendría con ello menor energía y cantidad de movimiento). El proceso se ha representado en la figura 2.45.

Usando los principios de conservación de la energía y de la cantidad de movimiento, como se realizó en el ejemplo 2.22 para la producción de rayos X, Compton obtuvo que la relación entre λ_i y λ_d venía dada por la ecuación

$$\boxed{\lambda_d - \lambda_i = \frac{h}{m_e c}(1 - \cos\theta)} \qquad \textbf{(2-90)}$$

lo que fue fielmente certificado por sus investigaciones. Con ello, se confirmó experimentalmente la hipótesis del fotón.

PROBLEMA 2.32 Emplee (2-90) para demostrar que la luz visible no produce un cambio apreciable entre λ_i y λ_d.

Respuesta La longitud de onda de Compton, definida como $\lambda_c = \dfrac{h}{m_e c}$ vale 0.02426 Å, la que es muy pequeña comparada con la longitud de onda del visible (3800 Å-7800 Å).

2.9.5 La naturaleza dual de la luz

De la explicación dada por Einstein al efecto fotoeléctrico resulta que la luz, en su interacción con la materia, parece comportarse *como si* estuviera compuesta de corpúsculos. Sin embargo, la propagación de la radiación puede ser descrita

completamente en términos de la teoría ondulatoria electromagnética, es decir, *es como si* fuera una onda.

En realidad, lo que sucede es que no contamos con un único modelo satisfactorio para la radiación. Pensar que la luz es sólo «corpúsculo» o sólo «onda», nos lleva a contradicciones insalvables, pues eliminando alguno de los dos modelos no podemos explicar cabalmente su comportamiento.

Claramente, el problema no es de la luz, sino nuestro. El lenguaje ordinario está establecido para comunicar experiencias comunes de nuestra vida. Desgraciadamente, el mundo microscópico se comporta de una forma enteramente diferente a la que estamos acostumbrados, y es entonces cuando el uso del lenguaje se vuelve complicado y peligroso. Esta afirmación es particularmente válida cuando tratamos de extender y extrapolar términos usados para sucesos cotidianos a aquellos de un mundo que nos es ajeno. Debido a esto, se habla de la *naturaleza dual corpúsculo-onda* de la luz, tratando de decir, con palabras comunes, algo que realmente no acepta vocablos usuales para su descripción.

La luz es lo que es, y no podemos forzarla a que se adapte a nuestras ideas acerca de cómo debe comportarse. Si no puede describirse completamente como lo que entendemos por corpúsculo o por onda, qué lástima: pero así es.

En lo particular, no tenemos inconveniente en hablar de la naturaleza dual de la luz, pero el lector no debe olvidar que nos referimos a un modelo y usamos una semántica que no son completos para describir la realidad.

Como veremos, lo que hemos hallado para la radiación electromagnética ocurre en todo el mundo microscópico, en electrones, átomos, moléculas, etc. Por ello, creemos que vale la pena reproducir, textualmente, una frase de Richard P. Feynman (1918-), premio Nobel de física en 1965:

> *«Debido a que el comportamiento atómico difiere de la experiencia ordinaria, es muy difícil acostumbrarse a él, así que parece peculiar y misterioso a cualquiera, ya sea novato o físico experimentado. Aún los expertos no lo entienden como quisieran, y es perfectamente razonable que así suceda, pues toda la experiencia y la intuición humanas son aplicables a objetos macroscópicos. Sabemos cómo se comportan los objetos grandes, pero las cosas a pequeña escala simplemente no actúan de esta forma.»*

2.10 DESCUBRIMIENTO DEL NUCLEO ATOMICO

Casi paralelamente al descubrimiento de los rayos X y del electrón, aparece en el panorama científico la radiactividad. Los experimentos en este campo llamaron la atención de multitud de investigadores, y una de las consecuencias de tantos estudios fue el descubrimiento del núcleo atómico. En esta sección relataremos los hechos relevantes en este proceso haciendo un pequeño alto para analizar el modelo atómico propuesto por J. J. Thomson.

2.10.1 Radiactividad

En la primavera de 1896, Henri Becquerel (1852-1908) observó que algunas sales de uranio emitían radiaciones que hacían ennegrecer las placas fotográficas, y por ese descubrimiento recibió el premio Nobel de física en 1903 compartido con Marie[13] y Pierre Curie (1859-1906), quienes descubrieron otros dos elementos radiactivos de poder más intenso; el polonio y el radio, así como el radón, producto del decaimiento radiactivo. El entendimiento de la naturaleza de las radiaciones emitidas por las substancias radiactivas habría de tomar varios años.

Puede demostrarse, mediante experimentos con un campo magnético (véase Fig. 2.46), que hay tres tipos de radiación en las emisiones radiactivas de las sustancias naturales.

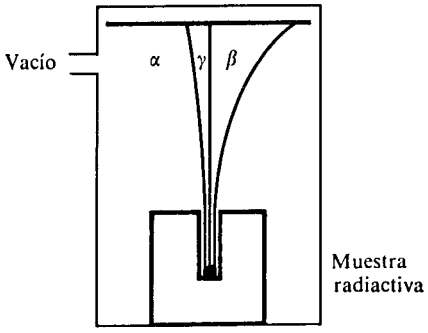


Figura 2.46 Trayectorias seguidas por las tres radiaciones provenientes de materiales radiactivos en presencia de un campo magnético que apunta hacia adentro del plano de papel. Se ha exagerado la desviación relativa de las radiaciones α y β (la partícula α es aproximadamente 7000 veces más masiva que un electrón).

El experimento revela la existencia de partículas positivas *(rayos α)* con una masa mucho más alta que las partículas negativas *(rayos β)*, así como una radiación sin carga, que sigue un camino rectilíneo *(rayos γ)*.

Los tres tipos de radiación no son emitidos simultáneamente por todas las muestras radiactivas. En algunos casos sólo se produce radiación α y en otros β, ambos acompañados de radiación γ.

La relación e/m pudo determinarse para los rayos β, siendo muy similar[14] a la de los electrones de los rayos catódicos[15].

Para los rayos α, la relación e/m es igual a la mitad de la del ion H^+ (véase Sec. 2.4). La naturaleza exacta de la *partícula* α se conoció en 1908, cuando

[13] Quien recibiera también en 1911 el premio Nobel de química, convirtiéndose en el primer científico que obtiene dos veces dicho premio. Luego le seguirían Linus Carl Pauling (1901-), Nobel de química (1954) y de la paz (1962), John Bardeen (1908-), quien es el único que ha obtenido dos premios Nobel en física, en 1956 y 1972, por su descubrimiento del transistor y su teoría de la superconductividad, respectivamente; y, finalmente, Frederick Sanger (1918-), bioquímico inglés, que ha recibido dos premios Nobel en química, en 1958 y 1980, por descifrar la estructura de la insulina y de los ácidos nucleicos.

[14] Los electrones emitidos radiactivamente llevan velocidades cercanas a la de la luz, así que, de acuerdo con la relatividad, tienen masas mayores que aquéllos, más lentos, de los rayos catódicos.

[15] En efecto, la radiación β está constituida de electrones, pero se sabe actualmente que su origen es nuclear, es decir, que son emitidos desde el núcleo, aumentando en una unidad la carga de éste.

Ernest Rutherford (1871-1937) y Johanes Hans Wilhem Geiger (1882-1945) (el mismo del contador Geiger) determinaron su carga como 9.3×10^{-10} ues (3.1×10^{-19} C), o sea, aproximadamente igual a dos cargas electrónicas. Se supo entonces que su masa era de alrededor de cuatro veces la del H^+, por lo que se concluyó que eran núcleos de helio. En realidad se esperaba esta respuesta, pues en 1903 el mismo Rutherford y Frederich Soddy (1887-1956), mediante un ingenioso experimento, obtuvieron gas helio a partir de una muestra de radón radiactivo. Además, contando las desintegraciones radiactivas y el helio obtenido, encontraron el primer valor casi exacto del número de Avogadro (6.04×10^{23}, siendo 6.022×10^{23} el actualmente aceptado).

La radiactividad inició una completa revolución en las hipótesis sobre el comportamiento de la materia. El axioma de la indestructibilidad del átomo debió ser abandonado, pues se había demostrado que el viejo sueño de los alquimistas, la transmutación de los elementos, se efectuaba realmente en la naturaleza.

En 1908, Rutherford obtuvo el premio Nobel de química, al igual que Soddy, en 1921 (este último por su contribución al descubrimiento de los isótopos). Finalmente, se encontró que los rayos γ eran casi idénticos a los rayos X de Roentgen, es decir, radiación electromagnética de alta frecuencia.

PROBLEMA 2.33 La energía cinética de una partícula α (supóngase $m = 4.0026$ uma) emitida por el polonio ^{214}Po es de 7.68 MeV. ¿Cuál es su velocidad comparada con la de la luz? (1 eV = 1.6022×10^{-19} J) (1 uma = 1.66056×10^{-27} kg).

Respuesta $v = 1.924 \times 10^7$ m/s = 0.064 c

2.10.2 El modelo atómico Kelvin-Thomson

El primer modelo atómico propuesto en este siglo es aquél de *lord* William Thomson Kelvin (1824-1907) y J. J. Thomson. En él fueron tomados en cuenta tanto la existencia de los electrones como la inestabilidad atómica mostrada en las emisiones radiactivas.

La mayoría de los autores de los libros modernos dedican una o dos líneas para describir este modelo. Sin embargo, creemos que contiene varios aspectos interesantes para discutir:

1) **Ejemplifica muy bien lo que significa modelar.**
2) **Constituye el primer intento de explicar el concepto de valencia en función de diferentes arreglos electrónicos en los átomos.**
3) **Predice el decaimiento radiactivo β.**
4) **De 1902 a 1906 fue considerado por la comunidad científica como un modelo adecuado.**
5) **Su verificación experimental conduce a la realización de investigaciones que conllevan a la proposición de modelos superiores, al descubrirse el núcleo del átomo.**

Pasemos entonces a la descripción del modelo. En 1902 *lord* Kelvin, cuyo nombre era William Thomson, propuso que el átomo estaba constituido de una esfera de una «sustancia» con carga positiva uniforme dentro de la cual se encontraban inmersos electrones, de tal forma que el átomo, como un todo, era eléctricamente neutro. La esfera de carga positiva tenía un radio del orden de 10^{-10} m, el que se sabía debía ser el tamaño de los átomos.

Ejemplo 2.23 La densidad del aluminio metálico es de 2.7 g cm^{-3}. Sabiendo que un mol (6.022×10^{23}) de átomos tiene una masa de 26.9815 g (peso atómico), calcule el volumen que ocupa cada átomo de aluminio. Obtenga, finalmente, el radio de una esfera con ese volumen.

Solución A partir de la ecuación para la densidad

$$\rho = m/v$$

despejaremos v para obtener el volumen de 1 mol:

$$v_1 = m/\rho = (26.9815 \text{ g/mol})/(2.7 \text{ g cm}^{-3}) = 9.993 \text{ cm}^3/\text{mol}$$

Conocido el volumen de 1 mol de átomos, el volumen de cada uno se obtiene dividiendo entre el número de Avogadro, N_0, es decir:

$$v_{at} = \frac{9.993 \text{ cm}^3/\text{mol}}{6.022 \times 10^{23} \text{ átomos/mol}} = 1.659 \times 10^{-23} \text{ cm}^3/\text{átomo}$$

El radio de una esfera con este volumen se obtiene a partir de

$$v_{at} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

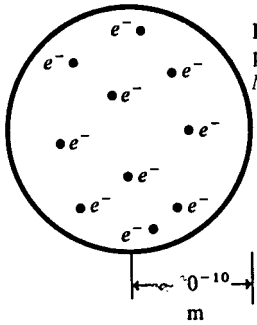
como

$$r = \left(\frac{3v_{at}}{4\pi}\right)^{1/3} = \left(\frac{3(1.659 \times 10^{-23} \text{ cm}^3/\text{átomo})}{4(3.1416)}\right)^{1/3}$$

$$r = 1.582 \times 10^{-8} \text{ cm} = 1.582 \times 10^{-10} \text{ m}$$

Es claro que los tamaños atómicos son del orden de los ångströms (1 Å = 1 × × 10^{-10} cm).

En la figura 2.47 presentamos esquemáticamente el modelo de *lord* Kelvin.



Esfera de electricidad positiva (Ze) con $N = Z$ electrones

Figura 2.47 Modelo de Kelvin-Thomson con Z electrones, conocido como «pudín con pasas».

Lord Kelvin estudió bajo qué condiciones este átomo era estable cuando contuviera de uno a seis electrones. En 1904, J. J. Thomson redescubre el modelo (sin citar a *lord* Kelvin)[16] y lo extiende en 1907. Para los seis primeros átomos las configuraciones estables de los electrones se presentan en la figura 2.48.

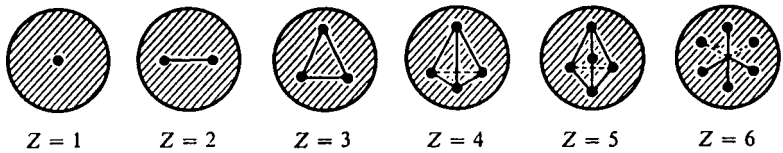


Figura 2.48 Disposición electrónica más estable para los primeros seis átomos. $N = 4$ corresponde a un tetraedro al igual que $N = 5$, pero éste con un electrón en el centro. Para $N = 6$, los electrones están colocados en un octaedro regular.

Para mayor N, Thomson no pudo resolver el problema, pero propuso un modelo alterno. Consideró que los electrones se encontraban siempre en un anillo con centro en el átomo. Descubrió, sin embargo, que para $N > 4$ estos arreglos eran inestables, a menos de que se considerase que el anillo electrónico giraba alrededor del centro (Fig. 2.49).

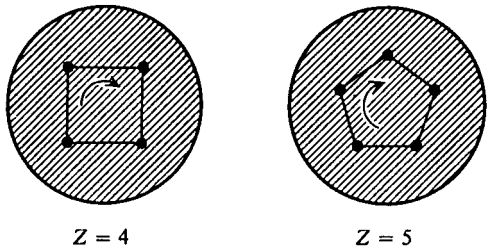


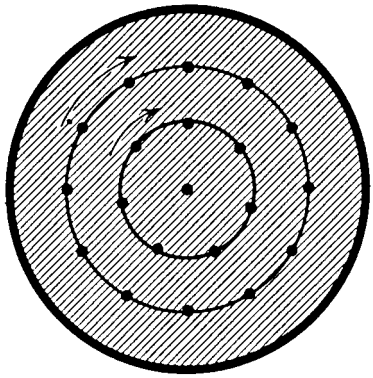
Figura 2.49 Modelo atómico de Thomson. Se asciura la porción correspondiente a la carga positiva homogénea.

De acuerdo con lo discutido en la sección 2.5.1, los electrones acelerados por el movimiento circular reducirían su energía al emitir radiación electromagnética. A pesar de ello, la energía perdida por un anillo de electrones es mucho menor a la que perdería un solo electrón en movimiento circular (girando a 1/10 de la velocidad de la luz, seis electrones emiten 1.6×10^{-17} menos radiación que un electrón en la misma órbita a la misma velocidad). Aunque pequeña, esta pérdida constante de energía haría disminuir la velocidad poco a poco, así que después de un largo intervalo de tiempo alcanzaría una velocidad límite (por debajo de la cual el átomo es inestable), produciéndose la desestabilización del átomo, que llevaría a su destrucción. Según Thomson, esto explicaba el decaimiento radiactivo de los elementos, ya que una forma de estabilizarse era perder un electrón (emisión β).

[16] Tal v[illegible] por ello múltiples textos hablan simplemente del «modelo de Thomson». Aunque el nombre no [illegible] del todo inadecuado, pues Thomson es también el apellido original de *lord* Kelvin.

Aunque girase, un número grande de electrones en un anillo no es un sistema estable. Debido a ello, Thomson propuso que varios anillos (con cierto número de electrones cada uno) girasen uno dentro de otro. Por ejemplo, para $N = 20$, se presenta en la figura 2.50 el modelo de Thomson.

En aquel tiempo no se sabía cuántos electrones tenía cada uno de los átomos conocidos, por lo que no era posible asignar al calcio la estructura de la figura 2.50. Se pensaba que el número de electrones debía ser proporcional a la masa atómica, pero nada más.



$n_1 = 1$, $n_2 = 7$, $n_3 = 12$

Figura 2.50 Modelo de Thomson para $Z = 20$. n_1, n_2, n_3 corresponden al número de electrones en cada anillo.

Sin embargo, Thomson propuso que en su estructura de anillos se encontraba la respuesta a la naturaleza de la valencia química. Realizó cálculos para átomos hasta con 90 electrones (los cuales ocupaban seis anillos concéntricos). Algunos de ellos quedarían estabilizados con la pérdida de un electrón y otros aceptando un electrón. Thomson introdujo las nociones de aceptores y donadores electrónicos. Intentó, afanosamente, obtener una correlación entre los elementos existentes y los obtenidos por su modelo para así intentar explicar la periodicidad de las propiedades químicas, pero falló. Como veremos, tenía algo de razón, pero su modelo no era correcto, como se verificó con los experimentos que se discuten en la siguiente subsección.

2.10.3 Experimentos de Geiger y Marsden. El modelo atómico de Rutherford

En 1909, Geiger y Ernest Marsden reportaron los resultados de «bombardear» con partículas α de alta velocidad una delgada lámina de oro de 0.00004 cm de espesor, midiendo la desviación producida por su paso a través del material.

Por entonces, se sabía que la masa de una partícula α era unas 7300 veces la del electrón, así que éstos no provocarían ninguna apreciable desviación del proyectil. Debido a ello, la interacción de la partícula α con los demás constituyentes del átomo daría información acerca de su estructura.

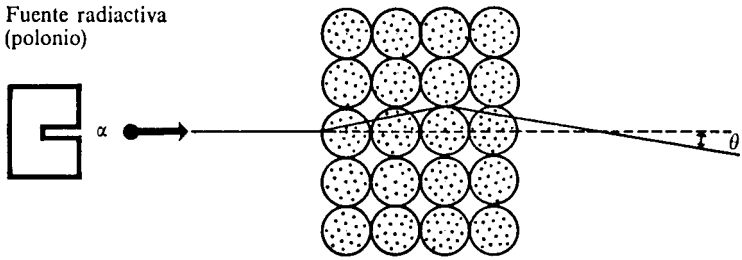


Figura 2.51 Siguiendo el modelo de Kelvin-Thomson se esperaban pequeños ángulos de dispersión. Geiger y Marsden encontraron que, en promedio, $\theta = 0.87°$. (Los ángulos se han exagerado en la figura.)

De acuerdo con el modelo de Kelvin-Thomson, donde la carga positiva se encontraba dispersa en todo el átomo, se esperaban pequeñas deflexiones debidas a colisiones múltiples (véase Fig. 2.51).

El ángulo promedio de dispersión sería de unas 30 veces el provocado por un solo átomo, el que era mucho menor que un grado. Debido a esto, era casi imposible que una partícula α se desviara un ángulo grande.

A pesar de ello, por sugerencia de Rutherford, Geiger y Marsden midieron la probabilidad de «rebote» del proyectil, colocando el detector entre la fuente y la laminilla de oro. El resultado fue positivo, algunas partículas α tenían ángulos de dispersión mayores de 90°. Sobre esto, Rutherford hizo el siguiente comentario:

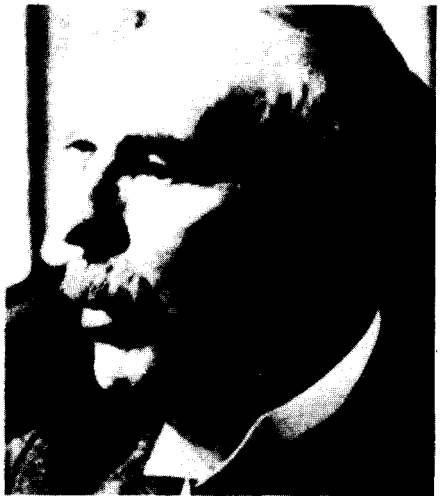
> *«Fue el más increíble evento que ha ocurrido en mi vida. Es tan increíble como si al disparar una granada de 15 pulgadas sobre un papel higiénico, ésta rebotara y le golpeara a uno mismo.»*

El modelo de Kelvin-Thomson había muerto, no podía explicar este fenómeno.

Rutherford, en 1911, propone un nuevo modelo atómico, en el cual la carga positiva del átomo (Ze) se coloca en un punto, el centro del átomo. Allí se encontraría la mayor parte de la masa del átomo. Así nació el concepto de núcleo atómico. Alrededor de éste, Rutherford supuso que se encontrarían los electrones.

La existencia de un núcleo masivo y con alta carga eléctrica hacía factible que una partícula α tuviera eventualmente grandes ángulos de dispersión, cuando se acercara lo suficiente al núcleo. Una «colisión» (dispersión simple) bastaba para explicar el fenómeno.

De acuerdo con su modelo, Rutherford estimó que para el oro, Z sería aproximadamente 100 (el valor real es 79) y propuso la realización de experimentos adicionales. En 1913, Geiger y Marsden reportaron que el



LORD ERNEST RUTHERFORD (1871-1937). *(Cortesía de Cavendish Laboratory, Universidad de Cambridge, Inglaterra.)*

modelo de Rutherford describía adecuadamente la dispersión de partículas α por películas metálicas de oro, plata, cobre y aluminio.

La trayectoria de una partícula α, siguiendo el modelo nuclear del átomo, se estimó en el ejemplo 5 de la sección 2.3. En la figura 2.52 se presenta dicha trayectoria, la cual es uno de los brazos de una hipérbola, siendo el núcleo el foco del segundo brazo.

Ejemplo 2.4 Una partícula α ($q = 2e$, $m = 6.646 \times 10^{-27}$ kg) con una energía cinética de 7.68 MeV es repelida a 180° después de una colisión frontal con el núcleo de oro ($q' = 79e$).

a) ¿Cuál es la máxima aproximación, D, entre ambas partículas?
b) ¿Cuál es la máxima fuerza de repulsión?
c) ¿Cuál es la máxima aceleración? Compárela con la de la gravedad.

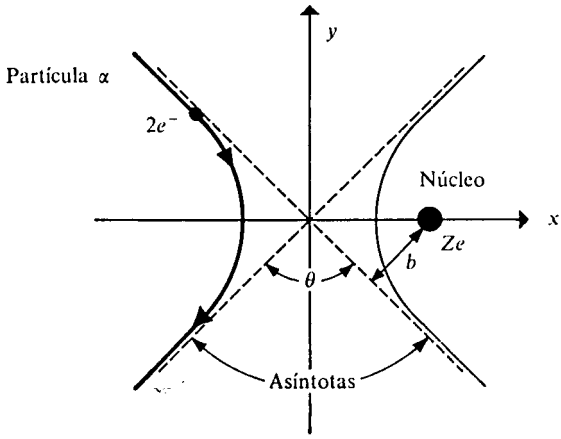


Figura 2.52 Trayectoria de una partícula α al pasar muy cerca del núcleo. θ es el ángulo de dispersión y b el llamado parámetro de impacto.

Solución a) La partícula α alcanza el reposo (es totalmente frenada) a una distancia D del núcleo. En este punto, toda su energía cinética

$$E_c = \frac{1}{2} m_\alpha v^2$$

se convierte en energía potencial eléctrica:

$$V = \kappa \frac{qq'}{D}$$

(véase Ejemplo 2.8), es decir:

$$\frac{1}{2} m_\alpha v^2 = \kappa \frac{(2e)(Ze)}{D}$$

de donde

$$D = \frac{4Ze^2\kappa}{m_\alpha v^2}$$

Sustituyendo valores (tomamos v de la respuesta del problema 2.33) obtenemos

$$D = \frac{4(79)(1.6022 \times 10^{-19}\ \text{C})^2(8.99 \times 10^9\ \text{J-m/C}^2)}{(6.646 \times 10^{-27}\ \text{kg})(1.924 \times 10^7\ \text{m/s})^2} = 2.96 \times 10^{-14}\ \text{m}$$

¡La partícula α se aproxima a casi 30 femtómetros del núcleo!

b) Empleando la ley de Coulomb, ecuación (2-1), para $r = D$, tenemos:

$$F_{\text{máx}} = \frac{\kappa(2e)(Ze)}{D^2} = \frac{(8.99 \times 10^9\ \text{J-m/C}^2)(2)(79)(1.6022 \times 10^{-19}\ \text{C})^2}{(2.96 \times 10^{-14}\ \text{m})^2}$$

$$F_{\text{máx}} = 41.61\ \text{N}$$

c) Empleando la segunda ley de Newton para la partícula α,

$$F_{\text{máx}} = m_\alpha a_{\text{máx}}$$

de donde

$$a_{\text{máx}} = \frac{F_{\text{máx}}}{m_\alpha} = \frac{41.61\ \text{N}}{6.646 \times 10^{-27}\ \text{kg}} = 6.26 \times 10^{28}\ \text{m/s}^2$$

Ya que la aceleración de la gravedad es $g = 9.81\ \text{m/s}^2$,

$$a_{\text{máx}} = 6.38 \times 10^{26} g$$

Lo anterior da una idea de la magnitud real que pueden alcanzar las fuerzas eléctricas.

PROBLEMA 2.34 Calcule el número atómico de un núcleo que detiene a una partícula α de 15.94 MeV a una distancia de 15 fm.

Respuesta $Z = 83$ (bismuto).

Ejemplo 2.25 La relación entre el parámetro de impacto, b y el ángulo de dispersión está dada por

$$b = \frac{\kappa Z e^2}{E_{c_\alpha}} \cot \frac{\theta}{2}$$

Haga una gráfica de θ contra b para una partícula α con una energía de 4.19 MeV (^{238}U) que incide sobre aluminio ($Z = 13$).

Solución Sustituyendo valores,

$$b = \frac{(8.99 \times 10^9 \text{ J-m/C}^2)(13)(1.6022 \times 10^{-19} \text{ C})^2}{(4.19 \times 10^6 \text{ eV})(1.6022 \times 10^{-19} \text{ J/eV})} \cot \frac{\theta}{2}$$

$$b = 4.4687 \times 10^{-15} \cot \frac{\theta}{2}$$

Dando valores a θ obtenemos la tabulación siguiente:

θ (grados)	b (m) $\times 10^{14}$	θ (grados)	b (m) $\times 10^{14}$
0	∞	20	2.53
0.1	512.0	45	1.08
0.5	102.0	90	0.447
1	51.2	135	0.185
5	10.2		

La gráfica es la siguiente:

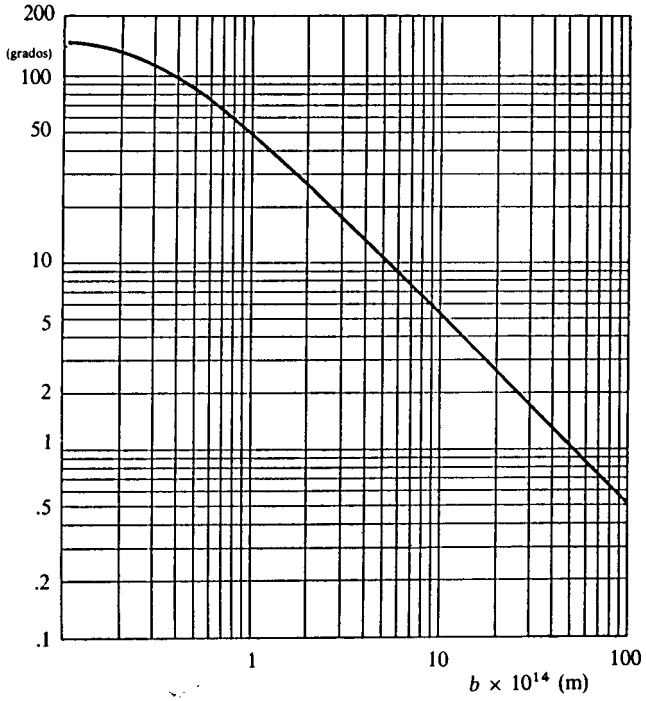


Figura 2.53

PROBLEMA 2.35 Si una partícula con $E_c = 4.19$ MeV pasa a una distancia de un núcleo de cobre tal que $b = 0.05$ Å, calcule el ángulo de dispersión, θ.

Respuesta $\theta = 0.114$ grados.

Hoy sabemos que los radios de los núcleos son de unos cuantos femtómetros (menos de 10). Así, el modelo nuclear de Rutherford propone que en un átomo con un radio alrededor de 10^{-10} m el núcleo sólo ocupa unos 10^{-14} m, es decir, es 10 000 veces menor (¡como una canica de 1 cm en una cancha de fútbol!).

Debemos agregar que la técnica de dispersión sólo permitió obtener valores aproximados para las cargas nucleares. No fue sino hasta 1920 cuando *sir* James Chadwick[17] (1891-1974), empleando técnicas mejoradas, logró obtener los valores siguientes:

$$Z_{Cu} = 29.3 \pm 0.5$$
$$Z_{Ag} = 46.3 \pm 0.7$$
$$Z_{Pt} = 77.4 \pm 1$$

los que están en buen acuerdo con los reales, de 29, 47 y 78, respectivamente.

Hay que hacer notar que Rutherford no se ocupa en su modelo de describir a los electrones. En su artículo original indica:

> «... *la cuestión de la estabilidad del átomo propuesto no necesita ser considerada en este momento, pues dependerá obviamente de su estructura y del movimiento de las partes cargadas que lo constituyen.*»

Sin embargo, al final de su artículo, llama la atención sobre un modelo «saturniano», propuesto por Nagaoka en 1904, donde una carga central atraía a anillos de electrones girando.

Una cosa es cierta, al situar al núcleo en el centro, el átomo con un electrón debería tener a éste a su alrededor girando. Como ya se ha discutido, una carga eléctrica acelerada emite radiación electromagnética (véase Sec. 2.5), de tal forma que el electrón iría disminuyendo su radio hasta terminar cayendo sobre el núcleo.

Entre 1911 y 1913 no se encontró la explicación de esta falla del modelo atómico.

Fue necesario introducir consideraciones cuánticas para salvar el obstáculo. Por cuarta vez[18] la teoría cuántica resolvió otro problema fundamental en el que no había respuesta clásica. Este es el tema del siguiente capítulo: ¿cómo mezclar los ingredientes (electrones, núcleo y teoría cuántica) para obtener un modelo estable de átomo?

Para finalizar este capítulo, indicaremos que Rutherfod no se detuvo allí. En 1919 llevó a cabo la primera reacción nuclear artificial: partículas $\alpha + {}^{14}N \rightarrow$

[17] Quien en 1932 descubriera los neutrones y recibiera por ello el premio Nobel de física de 1935.

[18] Primero con la radiación del cuerpo negro (Planck), en segundo lugar con el efecto fotoeléctrico y, finalmente, con el calor específico de los sólidos a baja temperatura (Einstein).

$\rightarrow {}^{1}H + {}^{17}O$. En ese mismo año pasó a dirigir el Laboratorio Cavendish, de Cambridge. Todo un honor, pues sus antecesores fueron J. C. Maxwell, *lord* Rayleigh y J. J. Thomson.

2.11 RESUMEN

En este capítulo hemos recorrido muchos y muy diversos caminos. En principio sin aparente conexión unos con otros, pero al final nos encontramos que todo aquello que parecía disímbolo y distante, como es el caso de los campos eléctricos y magnéticos, los experimentos con tubos de rayos catódicos, el espectro electromagnético, la radiación del cuerpo negro, el efecto Compton, la radiactividad, así como los experimentos de Geiger y Marsden, nos van dando algunas respuestas al «cómo y de qué» está constituido el átomo, pieza fundamental de la estructura de la materia.

PROBLEMAS

1 En la molécula H_2, los núcleos se encuentran separados a una distancia de 0.74 Å.
   a) Calcule la repulsión eléctrica entre ambos protones.
   b) De acuerdo con la ley de Newton de la gravitación, la fuerza de atracción entre dos cuerpos de masas m y m' (kg), separados a r metros, está dada por

$$F_g = (6.67 \times 10^{-11}\ \text{N-m}^2/\text{kg}^2)\frac{mm'}{r^2}$$

   Calcule la fuerza gravitacional entre los protones del H_2 y compárela con la fuerza eléctrica en *a)*. La masa del protón es de 1.67265×10^{-27} kg.

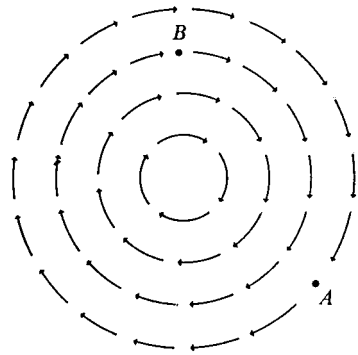
2 Recientemente, se han venido estudiando en aceleradores de partículas las colisiones entre iones pesados. La teoría predice que un par de iones de uranio (cuyo núcleo tiene 92 protones) que se acercasen a una distancia de 34 fm, permitirían la creación espontánea de un electrón y un positrón (véase Fulcher, L. P.; Rafelski, J., y Klein, A., «The decay of the vacuum», *Scientific American*, 1979, vol. 241, página 150).
   Calcule la fuerza de repulsión y la energía potencial eléctrica de los núcleos de uranio a esa distancia.

3 Entre dos placas metálicas paralelas separadas 5 cm se tiene cierto campo eléctrico uniforme. De la placa negativa se desprende un electrón, inicialmente en reposo, viéndose sometido a un movimiento uniformemente acelerado que lo hace alcanzar la placa positiva en 25 ns. ¿Cuál es el campo eléctrico entre las placas?

4 El torio 232 ($Z = 90$) es un núcleo radiactivo que emite partículas alfa ($Z = 2$, $m = 6.646 \times 10^{-27}$ kg), convirtiéndose en radio 228. Suponga que, inicialmente, la partícula alfa se encuentra a una distancia de 50 fm del núcleo radiactivo. Calcule:

a) la aceleración y energía potencial iniciales de la partícula, y
b) la velocidad que alcanza cuando se encuentra muy alejada del núcleo de radón.

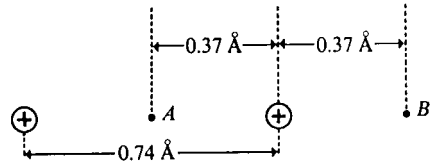
5 Para el campo eléctrico de la figura



a) Indique qué trayectoria seguiría un electrón colocado en el punto A.
b) ¿Y un protón?
c) ¿Qué partícula sentiría una mayor fuerza: un electrón colocado en A o una partícula alfa situada en B?

6 Entre dos placas paralelas separadas 2 cm existe un campo eléctrico de 1000 N/C. ¿Cuánto trabajo debe realizarse para llevar un electrón desde la placa positiva hasta la mitad del espacio entre las placas?

7 *a)* Calcule la diferencia de potencial entre los puntos *A* y *B* de la figura, que corresponde al arreglo de dos protones a la distancia de equilibrio en el H_2.



b) ¿Cuál es el trabajo necesario para llevar un electrón de *A* a *B*?
c) ¿Para traerlo desde el infinito hasta *A*?

8 Cuando una partícula cargada entra a un campo magnético uniforme, adquiere un movimiento circular, de tal forma que la fuerza de Lorentz puede igualarse a la masa de la partícula por su aceleración centrípeta:

$$qBv \operatorname{sen} \theta = mv^2/r$$

Calcule el radio de giro y la velocidad angular de un protón que entra perpendicular a un campo magnético de 2 T a una velocidad de 2×10^6 m/s.

9 Una partícula alfa tiene una trayectoria circular con radio $r = 20$ cm en el interior de un campo de 0.5 T.

a) Calcule la velocidad de la partícula.

b) Calcule la magnitud de la fuerza magnética sobre ella.

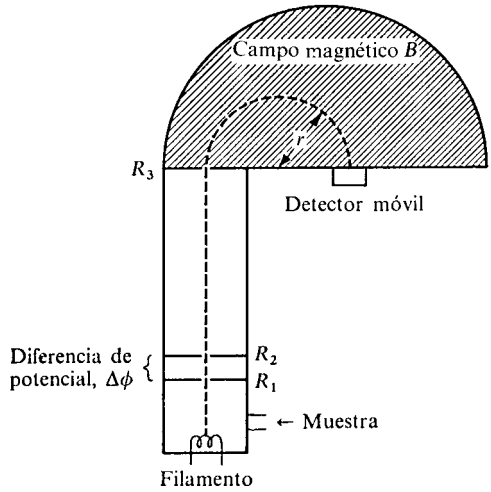
10 Una bola metálica con masa de 0.5 g y carga de 3×10^{-6} C es lanzada horizontalmente a una velocidad de 600 m/s. ¿Cuál sería el campo magnético mínimo que habría que aplicar para que la bola siguiera una trayectoria recta debido a un balance entre las fuerzas gravitacional y magnética?

11 Iones monovalentes de cierto elemento son acelerados hacia una región de campos eléctrico y magnético, como en el experimento de Thomson. Los iones inciden perpendicularmente a ambos campos. El campo magnético es de 0.5 T y el eléctrico consiste en dos placas separadas por 1 cm. Cuando sólo actúa el primero, el radio de curvatura de los iones es de 78.8 cm y al colocar una diferencia de potencial de 10 000 V entre las placas el haz recupera su trayectoria recta.

a) ¿Cuál es la velocidad a la que los iones entran al sistema de campos?

b) ¿De qué elemento son los iones?

12 Un diagrama de un espectrógrafo de masas se muestra en la figura siguiente:



La muestra es ionizada por los electrones lentos emitidos por el filamento. Los iones que penetran por la ranura R_1 son acelerados por la diferencia de potencial $\Delta\phi$ entre R_2 y R_1.

a) Halle una expresión para la velocidad de los iones al salir del campo eléctrico. Los iones que pasan por la ranura R_3 entran en el campo magnético B, perpendicular a su trayectoria, describiendo una semicircunferencia de radio r, de acuerdo con la fórmula del enunciado del problema 8.

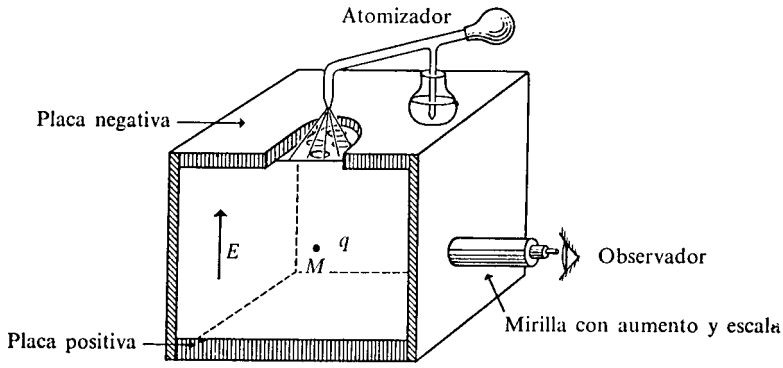
b) Sustituya el resultado en *a)* en dicha fórmula y demuestre que la relación q/m para el ion depende del radio de curvatura r como se indica:

$$q/m = \frac{2\Delta\phi}{B^2 r^2}$$

13 En un espectógrafo de masas se tienen B y $\Delta\phi$ tales que el cociente $\Delta\phi/B^2$ se mantiene constante e igual a 25 400 Cm^2/kg. ¿Cuál es la masa de un ion unipositivo que experimenta un radio de curvatura de 11 cm? ¿De qué ion se trata?

14 Una muestra de litio que contiene dos isótopos naturales (^6Li: 6.01512 uma; ^7Li: 7.01600 uma) se introduce en un espectrómetro con $\Delta\phi = 25\,000$ V y $B = 0.15$ T. Suponiendo que sólo hay iones Li^+, calcule el radio de curvatura para cada isótopo.

15 La siguiente figura muestra el esquema experimental empleado por Millikan para determinar la carga del electrón.



La mayor parte de las gotitas de aceite se ionizan por la fricción al salir del atomizador. En ausencia del campo eléctrico E, el observador puede seguir la caída de una gota con carga q, masa M y radio r. Aunque en principio la gota cae aceleradamente, la fuerza de resistencia del aire, que vale

$$F_a = 6\pi\eta r v \quad \text{(ley de Stokes)}$$

(η es la viscosidad del aire y v la velocidad de caída), crece hasta igualarse con la fuerza de la gravedad:

$$F_g = Mg$$

a) Iguale ambas fuerzas y despeje la velocidad final de caída o velocidad terminal.

b) ¿Qué unidades tendrá en el SI la viscosidad η?

c) Obtenga la masa de la gota esférica como la densidad del aceite por su volumen y sustitúyala en el resultado de *a)* para obtener

$$M = \rho\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right) \quad ; \quad v = \frac{2r^2 g\rho}{9\eta}$$

d) Una gota de aceite ($\rho = 800$ kg/m^3) en un aparato de Millikan cae una distancia de 2 mm en 22.7 s en ausencia de campo eléctrico. La viscosidad del aire es 1.7×10^{-5} Ns/m^2. Calcule el radio y la masa de la gota.

e) Al aplicar un campo eléctrico de 7788 N/C, la gota del inciso anterior permanece quieta al igualarse las fuerzas eléctrica y gravitacional. Calcule la carga que porta la gota.

f) ¿Cuántas veces supera q a la carga del electrón, e?

16 Imaginemos que la carga fundamental no fuera la del electrón y que los resultados de un experimento de Millikan fueran, para varias gotitas,

$$q_1 = 5.6 \times 10^{-19}\ \text{C}$$
$$q_2 = 2.352 \times 10^{-18}\ \text{C}$$
$$q_3 = 1.344 \times 10^{-18}\ \text{C}$$
$$q_4 = 7.8 \times 10^{-19}\ \text{C}$$

¿Cuál sería la carga fundamental f de tal forma que las cuatro q_i pudieran expresarse como un múltiplo entero de f?

17 ¿Cuál es la frecuencia de la radiación emitida por el hidrógeno con $\lambda = 6252$ Å? ¿De qué color es?

18 Calcule la potencia emisiva de un foco que se encuentra en una habitación a 20 °C, si la temperatura del mismo es de 2600 °C y su área de $1.5 \times 10^{-4}\ \text{m}^2$.

19 Para el foco del problema anterior, calcule en qué zona del espectro electromagnético irradiaría energía con máxima potencia.

20 Cuánta energía irradiaría una hoja de papel (20 × 30 cm) si se encuentra en una habitación que está a una temperatura de 30 °C.

21 El radio del Sol es de 6.96×10^5 km. Y la temperatura de su superficie es de 6000 K.

a) Calcule la energía irradiada por él en un segundo.

b) Si la energía que llega a la Tierra (radio = 6370 km) es 1.49×10^{22} J/día, ¿a qué fracción del total corresponde?

c) La energía liberada por la bomba atómica que se arrojó sobre Hiroshima es aproximadamente 10^{14} J. ¿A cuántas bombas atómicas por segundo corresponde la luz que nos llega del Sol?

22 Para separar los átomos de carbono y oxígeno que forman el monóxido de carbono se requiere de una energía mínima de 1.76 aJ. ¿Cuántos fotones y de qué longitud de onda se necesitan para romper un mol de CO?

23 En el ejemplo 2.16, ¿cuál es la longitud de onda de la radiación que emite el cuerpo? ¿La podemos ver?

24 ¿Por qué el papel fotográfico se «vela» con luz verde y no con luz roja?

25 La conversión en la piel de 7-dihidroxocolesterol a vitamina D (la carencia de la misma produce raquitismo y el exceso la aparición de formaciones óseas en el tejido blando, como problemas renales y cáncer en la piel) se lleva a cabo con un requerimiento de energía de 6.62×10^{-19} J/molécula.

a) ¿De qué longitud de onda es la luz que produce dicha conversión?

b) ¿En qué parte del espectro electromagnético se localiza?

26 En la fotosíntesis, la energía proveniente del Sol se emplea para llevar a cabo la siguiente reacción:

$$6CO_2 + 6H_2O + 48h\nu \rightarrow C_6H_{12}O_6 + 6O_2$$

en la cual el CO_2 se elimina de la atmósfera reemplazándolo el oxígeno. Si la longitud de onda de la luz necesaria para realizar dicha reacción es de 7500 Å, ¿cuánta energía proveniente del Sol (en kJ) se requiere para convertir un mol de CO_2 en un mol de O_2?

27 ¿Cuál es la frecuencia de un fotón de rayos X cuya cantidad de movimiento es $2.1 \times \times 10^{-23}$ kg m-s^{-1}?

28 Suponga que una bola metálica caliente de 10 cm de radio irradia energía como si fuera un cuerpo negro.

a) ¿Cuánta energía emitiría en una hora si su temperatura es de 1000 °C?

b) ¿Podría calentarse 15 °C una tonelada de agua con la energía calculada en *a)*?

c) Calcule la densidad de energía para este cuerpo negro.

29 Demuestre que la expresión de Wien (2-60)

$$u_\lambda^W = C_1 \lambda^{-5} e^{-C_2/\lambda T}$$

tiene un máximo que satisface la ley de desplazamiento de Wien:

$$\lambda_m = 2.8978 \times 10^{-3} \text{ mK}/T$$

pudiéndose obtener $C_2 = 5(2.8978 \times 10^{-3} \text{ mK}) = 1.4489 \times 10^{-2}$ mK.
Sugerencia: Una condición necesaria para un máximo es que

$$\frac{d}{d\lambda}(u_\lambda^W) = 0$$

30 Demuestre que también la densidad de energía de Planck (2-61)

$$u_\lambda^P = c_1 \lambda^{-5}/(e^{c_2/\lambda T} - 1)$$

satisface la ley de Wien si $c_2 = 4.9651(2.8978 \times 10^{-3} \text{ mK}) = 1.4388 \times 10^{-2}$ mK $= hc/k$.

31 Suponiendo que el Sol emitiera radiación como si fuera un cuerpo negro, indique cuál es la temperatura de su superficie sabiendo que la radiación con mayor intensidad es aquella con $\lambda = 5000$ Å.

32 Experimentalmente se han medido las longitudes de onda de máxima emisión a las temperaturas siguientes:

T (K)	1000	1300	1600	2000	2300	2600	3000
λ_m (nm)	2900	2230	1810	1450	1260	1110	970

a) Verifique que la ley de Wien se satisface.

b) Emplee estos datos y el enunciado del problema 2.30 para determinar la constante de Planck a partir de la pendiente de una gráfica de λ_m contra $1/T$.

33 La «suma» de las densidades de energía por unidad de intervalo de longitud de

onda, u_λ, debe ser igual a la densidad total de energía (2-57) de la ley de Stefan-Boltzman. Es decir:

$$\int_0^\infty u_\lambda \, d\lambda = \alpha T^4$$

Demuestre que la expresión de Wien satisface esta igualdad usándose el valor de C_2 del problema 29 y determine que $C_1 = 5.5594 \times 10^{-24}$ Jm.
Sugerencia: Haga el cambio de variable $x = 1/\lambda$ y use el hecho de que

$$\int_0^\infty x^3 e^{ax} \, dx = 6/a^4$$

34 De los problemas 29 y 33 anteriores:

$$u_\lambda^W = 5.5594 \times 10^{-24} \lambda^{-5} e^{-1.4489 \times 10^{-2}/\lambda T}$$

Además, de (2-73), según Planck,

$$u_\lambda^P = 4.9921 \times 10^{-24} \lambda^{-5} (e^{-1.4388 \times 10^{-2}/\lambda T} - 1)$$

y de acuerdo con (2-64), la expresión de Rayleigh-Jeans es

$$u_\lambda^{RJ} = 3.4697 \times 10^{-22} T/\lambda^4$$

Grafique estas tres funciones para $T = 1800$ K contra λ para verificar que $u_\lambda^W \simeq u_\lambda^P$ para λ pequeña y que $u_\lambda^{RJ} \simeq u_\lambda^P$ para λ grande.

35 La expresión de Planck reproduce los resultados experimentales para la densidad de energía por unidad de intervalo de λ. Una cavidad esférica con un volumen de 1 cm^3 se calienta a 1600 K. ¿Cuál es la energía transportada por la radiación con longitud de onda entre 2000 y 2020 nm?
Sugerencia: Suponga que u_λ es prácticamente constante en este corto intervalo, de donde

$$u(2000 \text{ a } 2020) = \int_{2000\text{ nm}}^{2020\text{ nm}} u_\lambda \, d\lambda = u_\lambda \int_{2000\text{ nm}}^{2020\text{ nm}} d\lambda = u_\lambda(2020 - 2000) = u_\lambda \Delta\lambda$$

36 Albert Einstein aplicó, en 1907, la cuantización propuesta por Planck a las vibraciones de un sólido. Esto lo llevó a proponer una ecuación para la capacidad calorífica a volumen constante:

$$\bar{C}_v = 3R \frac{\Theta^2}{T^2} \left\{ \frac{e^{-\Theta/T}}{[1 - e^{-\Theta/T}]^2} \right\}$$

donde $\Theta = h\nu/k$ se conoce como «temperatura característica» del sólido y depende de la frecuencia ν de las oscilaciones cuantizadas de cada sólido.

a) Para la mayoría de los elementos Θ varía entre 200 y 300 K. Muestre que a temperatura ambiente y mayor, el $\bar{C}_v$ satisface la llamada ley de Dulong y Petit:

$$\bar{C}_v = 3R$$

b) Para el diamante, $\Theta = 1220$ K. Grafique $\bar{C}_v$ contra T para mostrar el valor al que tiende $\bar{C}_v$ al aproximarse a $T = 0$ K y la desviación a la ley de Dulong y Petit a temperatura ambiente.

37 ¿Cuál es la frecuencia y la longitud de onda de una radiación con una energía por fotón de 5×10^{-19} J? ¿A qué porción del espectro corresponde esta radiación?

38 En un experimento del efecto fotoeléctrico, luz con frecuencia de 3×10^{16} Hz produjo la emisión de electrones con energía cinética máxima igual a 18.8 aJ. Calcule la función trabajo del metal del ánodo.

39 La función trabajo para el cobre es 7.288×10^{-19} J. Halle la energía cinética máxima de los fotoelectrones emitidos por el cobre al incidir luz de 6000 Å.

40 Al irradiar cierto metal con luz de 4.6×10^{15} Hz, se emitieron electrones con energía cinética dos veces mayor que la de aquellos emitidos usando radiación con 2.9×10^{15} Hz de frecuencia. Calcule la frecuencia umbral del metal.

41 Cuando el vanadio metálico se bombardea con un haz de electrones de alta energía, se emiten rayos X de longitud de onda de 2.5 Å. ¿Cuál es la energía aproximada de un fotón de los rayos X generados?

42 ¿Cuál es la frecuencia de un fotón cuya cantidad de movimiento es de 1.1×10^{-23} kg m-s^{-1}?

43 ¿Cuántos fotones emite en un segundo un foco de luz de sodio (λ = 5890 Å) con una potencia de 100 W?

44 Una linterna con masa de 200 g y un foco de 10 W de luz monocromática (λ = 6000 Å) se coloca en reposo en el espacio y se enciende, emitiendo luz en una misma dirección. ¿Qué velocidad adquiriría después de un año de mantenerse prendida?

45 Calcule la energía de un fotón que tiene la misma cantidad de movimiento que un protón con energía cinética de 1×10^{-18} J.

46 Un foco de luz de λ = 6000 Å de 100 W de potencia, ¿cuántos fotoelectrones liberaría de una superficie de uranio (ω = 2.21 eV) en una hora?

47 Un experimento realizado, bombardeando con diferentes longitudes de onda una superficie de sodio, produjo los siguientes voltajes de frenado:

λ (Å)	$\Delta\phi_0$ (volts)
3125	2.128
3650	1.525
4047	1.214
4339	1.025
5451	0.467

Con estos datos, calcule:

a) v_0. *b)* h.

48 En un experimento de Compton, un fotón de rayos X con frecuencia inicial de 3×10^{19} s^{-1} colide con un electrón y es dispersado a 90°. Calcule la frecuencia del fotón después de la colisión.

49 Calcule la velocidad de una partícula α que al incidir sobre un núcleo de plomo (Z = 82) con parámetro de impacto de 0.01 Å, se desvía dos grados de su trayectoria.

BIBLIOGRAFIA

Acosta, V.; Cowan, C. L., y Graham, B. J., *Essentials of Modern Physics*, Nueva York, Harper and Row, 1973, parte II.

Adamson, A., «SI units? A Camel is a Camel», *J. Chem. Ed.*, 1978, *55*, 634.

——— «Response to Comments on SI Units? A Camel is a Camel», *J. Chem. Ed.*, 1979, *56*, 665.

Alonso, M., y Finn, E. J., *Fundamental University Physics*, Reading, Mass., Addison-Wesley, 1967, vol. II.

Ander, P., y Sonnessa, A. J., *Principles of Chemistry. An Introduction to Theoretical Concepts*, Nueva York, The McMillan Company, 1965.

Azorín, J., «El sistema internacional de unidades y sus aplicaciones en la industria nuclear», *Ciencia y Desarrollo*, 1984, *58*, 91.

Castellan, G. W., *Fisicoquímica*, México, Fondo Educativo Interamericano, 1974, cap. 19.

Clark, R. W., «La revolución nuclear», *Ciencia y Desarrollo*, 1979, *29*, 125.

Conacyt, «Tiende a generalizarse el SI de unidades», *Inv. Cient. y Técn.*, 1980, *25*, 22.

Cragg, R. H., «Lord Ernest Rutherford», *Chem. in. Brit.*, 1971, *7*, 518.

Davies, W. G.; Moore, J. W., y Collins, R. W., «SI Stands for Student Improvement», *J. Chem. Ed.*, 1976, *53*, 681.

Davies, W. G., y Moore, J. W., «Adopting SI Units in Introductory Chemistry», *J. Chem. Ed.*, 1980, *57*, 303.

Dillard, C. R., y Goldberg, D. E., *Química, reacciones, estructuras y propiedades*, México, Fondo Educativo Interamericano, 1977, cap. 9.

Dougal, R. C., «The Presentation of the Planck Radiation Formula», *Phys. Ed.*, 1976, *11*, 438.

Feynman, R. P.; Leighton, R. B., y Sands, M., *The Feynman Lectures on Physics*, Reading, Mass., Addison-Wesley, 1964, vol. II, caps. 1 y 2.

Garber, E., «Some Reactions to Planck's Law, 1900-1914», *Studies on History and Philosophy of Science*, 1976, *7*, 89.

Gasiorowicz, S., *Quantum Physics*, Nueva York, John Wiley and Sons, 1974, cap. 4.

Glasstone, S., *Textbook of Physical Chemistry*, Londres, MacMillan and Co., 1969, segunda edición, caps. 1 y 2.

Heslop, R. B., y Dingledy, D., «Letters on SI Units», *J. Chem. Ed.*, 1979, *56*, 665.

Husovky, A. A., «SI in Education», *Anal. Chem.*, 1979, *51*, 521a.

Hylleraas, E. A., *Mathematical and Theoretical Physics*, Nueva York, Wiley Interscience, 1970, parte III, caps. 1 y 3; parte IV, cap. 1.

Kemp, M. K., *Physical Chemistry. A Step-by-step Approach*, Nueva York, Marcel Dekker Inc., 1979, cap. 1.

Kern, D. Q., *Process Heat Transfer*, Tokio, McGraw Hill-Kogakusha, 1950, cap. 4.

Lovett, C. B., *Los creadores de la nueva física*, México, Fondo de Cultura Económica, 1973, caps. 1 a 5.

McCaughan, J. B. T., «Black-body Radiation», *Phys. Ed.*, 1979, *14*, 332.

McGlashan, M. L., *Physicochemical Quantities and Units*, Londres, Royal Institute of Chemistry, 1971.

Moore, J. W.; Davis, W. G., y Collins, R. W., *Chemistry*, Nueva York, McGraw Hill, 1978, cap. 1.

Mora, R.; Pérez, B., y Valverde, C., «El sistema internacional de unidades y las ciencias de la salud», *Ciencia y Desarrollo*, 1981, *39*, 113.

Morrow, B. A., «On the Discovery of the Electron», *J. Chem. Ed.*, 1969, *46*. 584.
Mortimer, C. E., *Chemistry. A Conceptual Approach*, Nueva York, D. Van Nostrand Co., 1979, cuarta edición, cap. 1.
Morwick, J. J., «What is the Electron, really?», *J. Chem. Ed.*, 1978, *55*, 662.
Navarrete, M., y **Cabrera, L.**, «Biografía de la radiactividad», *Ciencia y Desarrollo*, 1983, *48*, 63.
Nelson, R. A., «On Finding a Middle Ground for SI», *J. Chem. Ed.*, 1979, *56*, 661.
«Nueva definición del metro», *Rev. Naturaleza*, 1982, *13*, 205.
Ogborn, J., «Introducing Quantum Physics», *Phys. Ed.*, 1975, *10*, 436.
Pais, A., «Einstein and the Quantum Theory», *Reviews of Modern Physics*, 1979, *21*, 863.
Seybold, P. G., «Luminiscence», *J. Chem. Ed.*, 1973, *46*, núm. 2, 6.
Socrates, G., «SI Units», *J. Chem. Ed.*, 1969, *46*, 711.
Solache, M. J., «La radiactividad natural», *Ciencia y Desarrollo*, 1983, *48*, 16.
Stoever, H. J., *Applied Heat Transmission*, Nueva York, McGraw Hill, 1941, cap. 2.
TerHaar, D., *The Old Quantum Theory*, Oxford, Pergamon, 1967.
UNAM, «Nueva definición del metro», *Naturaleza*, 1982, *13*, 205.
Walton, A. J., «The Kelvin-Thomson Atom», *Phys. Ed.*, 1977, *12*, 370.
——— «The Kelvin-Thomson», *Phys. Ed.*, 1977, *12*, 326.
Warren, J. W., «Elementary Concepts of Quantum Theory», *Phys. Ed.*, 1975, *10*, 444.
Weidner, R. T., y **Sells, R. L.**, *Elementary Modern Physics*, Boston, Allyn and Bacon Inc., 1980, tercera edición, cap. 4.
——— *Elementary Classical Physics*, Boston, Allyn and Bacon Inc., 1965, caps. 25, 26, 28 y 32.
Whitaker, M. A. B., «History and Quasi-history in Physics Education», *Phys. Ed.*, 1979, *14*, 108.
Wright, P. G., «An Apologia for Accepting at least an Approximation to SI», *J. Chem. Ed.*, 1979, *56*, 663.